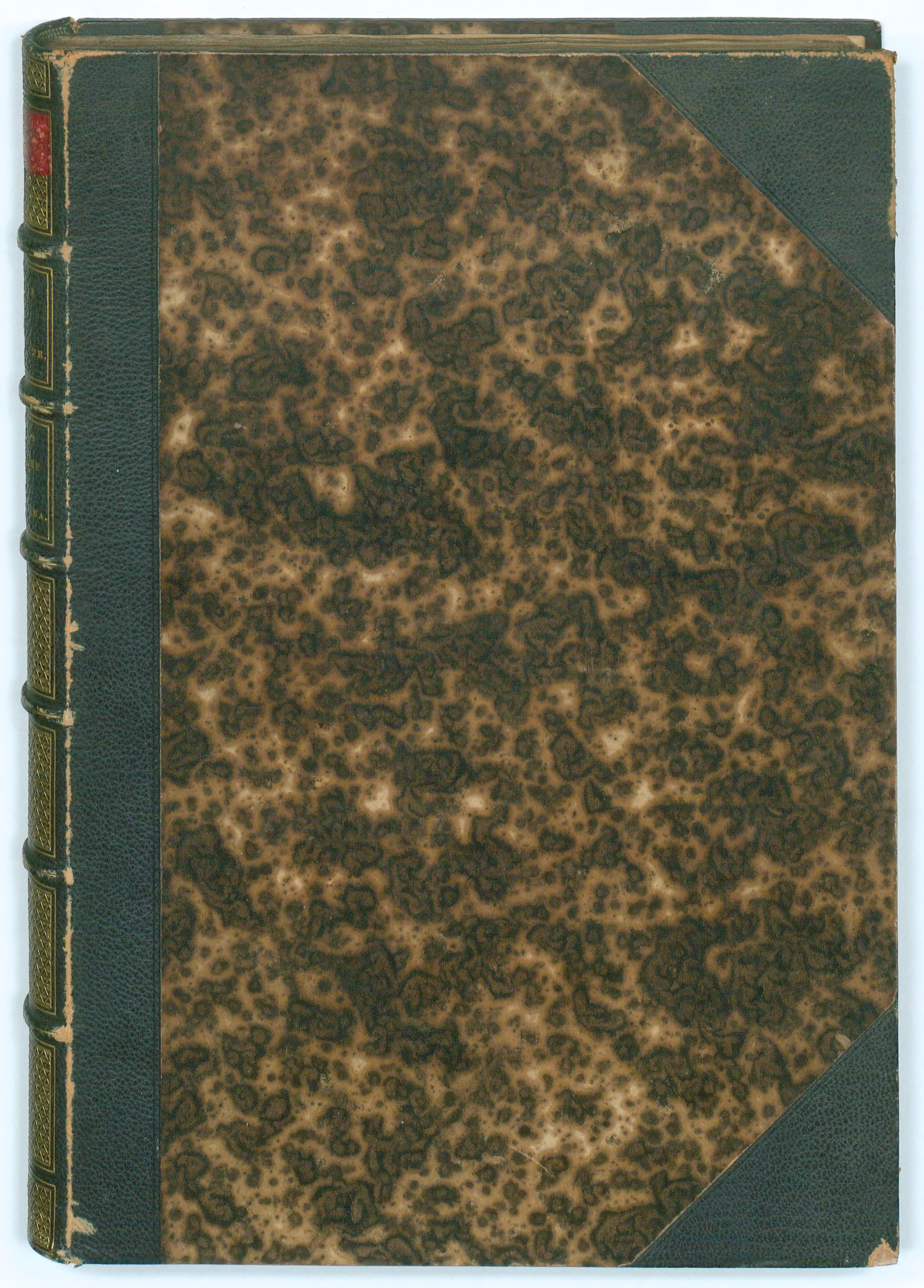
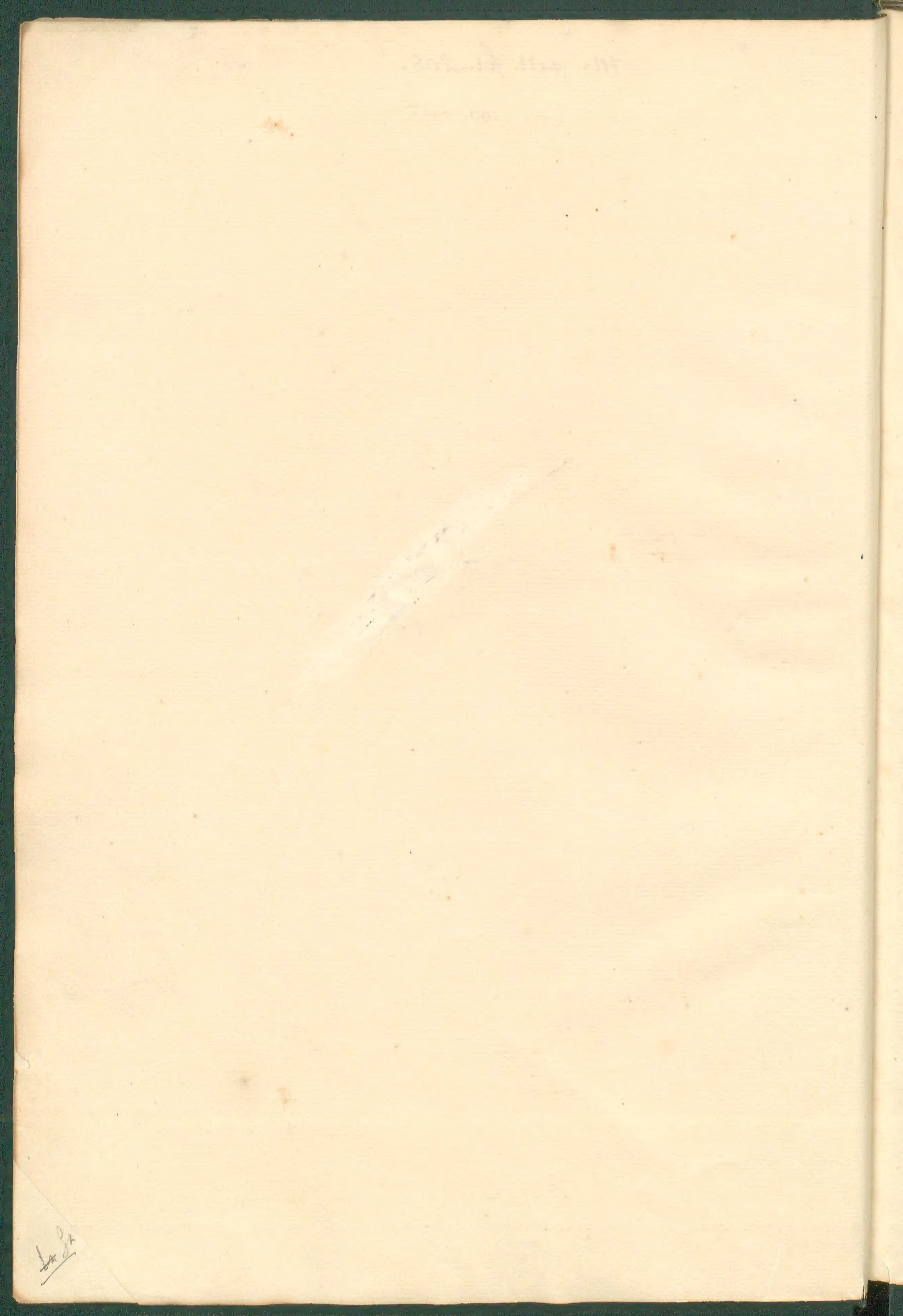
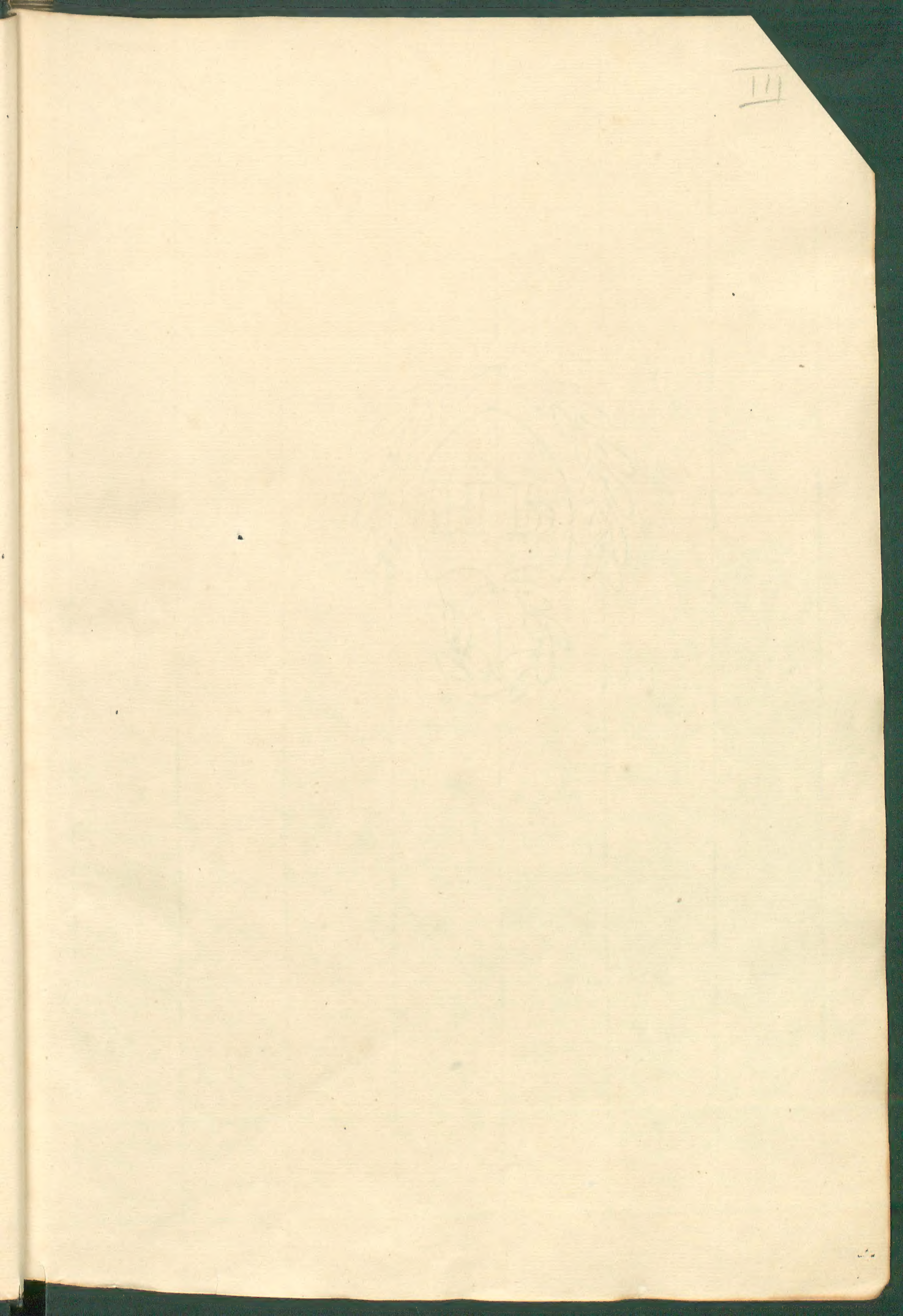






II





Analyse ~~[illegible]~~ de ~~l'[illegible]~~ l'abrégé latin de l'Almageste de Ptolemée, de ~~[illegible]~~ J. Muller Régiomontan,

par M. Halma.

~~Suivant [illegible]~~ Régiomontan prouve par les mêmes raisons que Ptolemée ~~[illegible]~~ que la ~~[illegible]~~ terre est immobile au centre du monde; que le ciel et tous les astres tournent autour d'elle par deux mouvemens contraires et très distincts, l'un diurne, d'orient en occident, l'autre annuel, en sens contraire. ~~[illegible]~~ qu'elle est de forme ronde et comme un point dans l'univers. Comme les apparences célestes sont toujours les mêmes, soit que la terre tourne, ou qu'elle soit sans mouvement, la vérité mathématique de sa théorie, et les hypothèses par lesquelles il explique les mouvemens célestes, ne sont ni détruites, ni altérées par son opinion de l'immobilité de la terre; que nous ne nous arrêterons pas à combattre.

ch. IX.

1°. Etant donné, (fig. 1) le diamètre d'un cercle, on trouve par Euclide, les côtés du décagone, de l'exagone, du pentagone, du carré et du triangle, tous équilatéraux, inscrits dans ce cercle. Car divisant GD en deux également au point E, et prenant $EZ = EB$, $GZ \times DZ + DE^2 = EZ^2 = EB^2 = ED^2 + DB^2$. Donc $GZ \times DZ = BD^2 = DG^2$; donc $\div GZ : DG : DZ$ moyenne et extrême raison. Mais DG est le côté de l'exagone; donc DZ est celui du décagone. D'ailleurs $BZ^2 = BD^2 + DZ^2$; donc BZ est le côté du pentagone. Le côté du carré est $= DG\sqrt{2}$, et le côté du triangle équilatéral est $= DG\sqrt{3}$. Par conséquent ces côtés seront les cordes des arcs qu'ils soutendent par leur inscrip=tion dans le cercle. Ces cordes calculées en parties des 120 du diamètre de ce cercle, répondront chacune à leur arc respectif contenant un nombre ou portion des trois cens soixante degrés de la circonfé=rence;

et ayant une de ces cordes et son arc, on connaîtra facilement la corde et l'arc du supplément de la demi-circonférence.

Fig. 2. De ces soutendantes, Ptolemée conclut les autres à l'aide d'un Lemme où il démontre que le rectangle construit sur les diagonales d'un quadrilatère inscrit à un cercle, est égal aux deux rectangles construits sur les côtés opposés.

(fig. 3) ~~Fig. 3 Appliquant ce Lemme à la figure 3~~, il démontre que deux arcs avec leurs soutendantes étant donnés, la corde de la différence de ces arcs sera aussi donnée. Il prend ainsi la corde de 12^d. par le moyen de celles de 60^d. et de 72 degrés. Puis, donnant (fig. 4) la solution du problème qui consiste à trouver la corde de la moitié d'un arc donné avec sa corde, il en tire les valeurs des cordes de 6^d., de 3, de $1\frac{1}{2}$ et de $\frac{3}{4}^d$.

f. 5. ~~Fig. 4~~ Un autre théorème lui sert à trouver la corde de la somme de deux arcs dont les cordes particulières sont connues, et il l'applique à la recherche de la corde d'un demi degré. Pour y réussir, il a recours (fig. 6) à un Lemme qui montre que de deux droites inégales inscrites dans le cercle, la plus grande est à la plus petite en moindre raison que l'arc soutendu par la plus grande à l'arc soutendu par la plus petite. Il donne la corde AG de 1^d. par la figure 7, où AB = 47$'$. 8$''$ est la corde de $\frac{3}{4}^d$, et l'arc AG contient l'arc AB et son tiers. La corde AG contient donc la corde AB et moins de son tiers. Ce tiers est 17$'$. 42$''$. 2$'''$ qui ajoutés à 47$'$. 8$''$, font 1^p. 4$'$. 50$''$. 2$'''$ droite plus grande que la corde de 1^d. Mais si AB est la corde de l'arc de 1^d, et AG celle de $1\frac{1}{2}$ degré, AG = 1^p. 34$'$. 15$''$; or l'arc AG = l'arc AB + $\frac{1}{2}$ AB. Donc la corde AG contient moins que 1^p. 34$'$. 15$''$ + $\frac{1^p.\ 34'.\ 15''}{2}$. Prenant le tiers BG de l'arc AG, restent les deux tiers AB. Prenant aussi le tiers 31$'$. 25$''$ de la corde AG, restent les deux tiers 1^p. 2$'$. 50$''$, droite qui doit être plus petite que la corde de l'arc de 1^d. Donc cette corde de l'arc de 1^d. sera plus grande que 1^p. 2$'$. 50$''$, et plus petite que 1^p. 2$'$. 50$''$. 2$'''$, c'est-à-dire égale à 1^p. 2$'$. 50$''$. 1$'''$, ou simplement à 1^p. 2$'$. 50$''$, sans erreur sensible : ce qui donne les valeurs des cordes des arcs de $\frac{1}{2}$, puis de $\frac{1}{4}$ de degré. Ensuite, par additions et soustractions, on remonte en prenant les cordes de tous les arcs depuis 0 jusqu'à 90 degrés ; et c'est ainsi que Ptolemée a construit sa table des cordes pour tous les arcs de la demi-circonférence du cercle de 30 en 30 minutes.

~~f.~~ Cette table est disposée en trois colonnes : la première présente les arcs de demi-en demi degré ; la seconde leurs cordes correspondantes évaluées en parties, minutes et secondes du diamètre, et la troisième les trentièmes des différences, pour les cordes intermédiaires

n. 6. Dans tous les rapports suivans, un seul point . entre deux rapports, marque leur multiplication, deux points : marquent ...

Fig. 8. 9. 10. 11. ~~12. 13.~~

~~gk : kd. Db : ba~~

~~gl : la :: gk : dz la~~

~~gl : la :: corde 2ge : corde 2ea.~~

~~gk : kd :: corde 2gz : corde 2dz~~

~~Db : ba :: corde 2db : corde 2ba~~

AE : GE ::

AZ : HG ::

$\frac{1}{2}$ C. 2AB : $\frac{1}{2}$ C 2B

:: C. 2AB : C. 2BG.

~~corde 2ge : corde 2ea :: $\frac{\text{corde } 2gz}{\text{corde } 2dz}$: $\frac{\text{corde } 2db}{\text{corde } 2ba}$~~

~~corde 2ge . cordes 2dz . corde 2ba =~~
~~= corde 2ea . corde 2gz . corde 2d~~

~~corde 2ga : corde 2ea :: $\frac{\text{corde } 2gd}{\text{corde } 2dz}$: $\frac{\text{corde } 2bz}{\text{corde } 2be}$ &~~

~~corde 2ga . corde 2dz . corde 2be =~~
~~corde 2ea . corde 2gd . corde 2bz.~~

+ ~~nous disons qu'une raison est composée de deux, quand ces deux se multiplient terme à terme par exemple ici (f. 8), GA : A~~

~~GD : EH~~ ~~:: GD : DZ & ZB : BE,~~

~~c'est GA : EA :: GD × BE : DZ × BZ~~

~~ou GA : EA :: $\frac{GD}{DZ}$: $\frac{BZ}{EB}$~~

~~& f. 9, GE : EA :: GZ : DZ & DB : BA~~

~~ce qu'est GE : EA :: GZ × DB : DZ × BA~~

~~ou GE : EA :: $\frac{GZ}{DZ}$: $\frac{DB}{BA}$~~

4. je dis que la raison de ag à ae est composée des deux gd à dz & zb à be. car GcA est à AE comme GD est à EH, prop. la IVe du VIe d'euclide faisons DZ moyenne entre GD & EH, la raison de GD à EH sera composée des deux GD à DZ & DZ à EH mais DZ : HE :: ZB : BE, donc la raison de GD à EH est composée des deux GD à DZ & ZB à BE donc GcA : AE est composée de raisons ~~composée~~ de GD à DZ et de ZB à BE ou de $\frac{GD}{DZ} \cdot \frac{BE}{ZB}$

donc ga · dz · be = ae · gd · bz.

9. EG : EcA :: GZ : ZH. faisons DZ moyenne entre GZ & ZH, alors raison GZ à ZH sera composé des deux GZ à DZ & DZ à ZH. or ZD : ZH :: DB : BA par la IVe du VIe, convertendo. donc GZ : ZH est composé des deux GZ : ZD & DB : BcA. donc GE : EcA est composé des deux GZ : ZD & DB : BcA ou de $\frac{GZ}{DZ} \cdot \frac{bcA}{DB}$ donc Ge · dz · ba = ea · gz · db.

celles qui sont nommées dans la table. Ainsi cette table sert à prendre les cordes par le moyen des arcs, et réciproquement.

ch. ~~X~~ Regiomontan ne dirait que le quart de cercle avec
x. ~~Ptolemée nous raconte ensuite comment il prenait~~ l'arc du méridien entre les tropiques
un rayon mobile & à pinnules Ptolemée se servait pour prendre ~~il décrit les deux instrumens~~ dont il ~~se servait pour cette opération qui avait pour objet~~ fin
de déterminer les hauteurs des lieux d'où il observait, par la hauteur du pôle au dessus de l'horizon, égale à l'arc du méridien compris entre le point vertical et le point mitoyen entre les solstices, lequel est toujours dans l'équateur. Ptolemée dit que du temps d'Hipparque, l'arc entre les tropiques, fut trouvé dans son rapport à la circonférence comme 11 à 83, c'est-à-dire entre 47^d. 40', et 47^d. 45'. Théon le trouva ensuite de 47^d. 42'. 40". Mais Régiomontan, dans le 15e siècle, l'a trouvé de 46^d. 56'; ce qui donne la plus grande obliquité de l'écliptique, de 23^d 28', pour ~~de~~ son temps.

ch. ~~X~~ XI. Ptolemée passe de là aux valeurs des arcs de grands cercles compris entre l'équinoxial et l'écliptique. Il prouve en premier lieu que si des extrémités de deux droites AG, AB (fig. 8) qui font un angle A, tombent & réciproquement sur elles deux autres droites qui s'entrecoupent, la raison d'une des deux premières à sa partie adjacente au sommet de l'angle, est composée de deux raisons dont l'une est celle de la droite entière GD tombante ~~depuis~~ l'extrémité de la première des droites ~~[illegible]~~ qui forment l'angle A à la partie ~~de la~~ de la première droite tombante, qui aboutit à ~~la partie de cette tombante, au delà de l'intersection, laquelle partie aboutit à l'autre des droites qui forment un~~ la seconde des droites qui forment l'angle ~~premiere droite~~ A, et l'autre raison est celle de la partie ~~inférieure~~ BZ de la seconde droite tombante, à toute cette seconde droite tombante, c'est-à-dire GA : EA :: $\frac{GD}{DZ}$: $\frac{EB}{ZB}$ ~~[illegible]~~ * ; en second lieu, (fig. 9) AGH GE, EA, . . que les parties de la première des deux droites qui font un angle, sont entr'elles en raison composée de la raison des parties GZ, DZ de la seconde des ~~deux~~ droites, * ~~de la tombante de~~ ~~[illegible]~~ ~~l'extrémité de cette première, entr'elles,~~ & de la raison de la partie DB adjacente à l'angle ABE de la droite AB ~~de deux autres~~ de droites qui traversent les deux premières, à cette même droite AB ~~inférieure de l'autre des deux premieres droites, à cette autre droite~~ entière, c'est-à-dire que GE : EA :: $\frac{GZ}{DZ}$: $\frac{BA}{DB}$ + = GE : EA :: DB × GZ : DZ × BA *

Fig. 10. Deux arcs consécutifs étant pris dans un demi cercle plus grand que leur somme, le demi-diamètre mené à leur point commun, coupera la soutendante de leur somme en raison de la soutendante du double de l'un à celle du double de l'autre, ou AE : EG :: AZ : GH ; ce qui sert à faire connaître les deux arcs dont on connaît la somme, et la corde du double de chacun (fig. 11).

Fig. 12. Ptolemée démontre qu'une sécante passant par les extrémités d'un arc GB et rencontrée par le diamètre prolongé qui passe par l'extrémité d'un arc BA, consécutif au premier arc et faisant avec lui une somme moindre que la demi circonférence, cette secante est à sa partie extérieure en raison de la soutendante du double de la somme des deux arcs, à la soutendante du

5 13

le rapport du Sinus total au Sinus
AY, ~~étant~~ composé de ~~deux~~ celui de
Sinus total au Sinus BH, ~~et~~ et de celui du Sinus
HZ au Sinus total, quelque soit
celui qu'on prendra pour le premier
le rapport du Sinus HZ au Sinus BH
sera toujours égal au rapport de
Sinus total au Sinus AY, et l'on
aura donc 1 : Sin AY, composé de 1 : Sin BH
~~Sin AY : Sin BH~~, et de Sin HZ à 1.
ou Sin BH = Sin AY . Sin HZ, ou
Sin AY = $\frac{\text{Sin BH}}{\text{Sin HZ}}$ = S. complem. de l'ascens. dr.

Mon. le
Léjean

6

Quand on a une raison à retirer d'une autre, comme celle de c à d à retrancher de celle de a à b, on multiplie le Second terme d de celle à retrancher par le premier a de l'autre, leur produit devient le premier terme e de la raison résultante et multipliant le premier c de celle à retrancher par le Second b de l'autre, leur produit devient le Second terme f de cette résultante ainsi ~~car~~ retrancher une raison d'une autre, c'est les comparer par diérèse, ou ~~les~~ diviser l'une par l'autre, ainsi ~~comme~~ $\dfrac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)}$ devient $\frac{ad}{bc} = \frac{e}{f}$.

or je dis que $\frac{e}{f}$ ou la raison de e à f est la résultante ~~[illegible]~~ de $\frac{a}{b}$ divisée par $\frac{c}{d}$. car si $c \times a = h$, et que ~~[illegible]~~ $c \times b = f$, par la 17[e] du 5[e] d'euclide $h : f :: a : b$. et si $a \times c = h$, et ~~[illegible]~~ que $a \times d = e$, $h : e :: c : d$. mais la raison de h à f ~~[illegible]~~ est composée de deux, savoir de h à e, et de e à f, donc la raison de a à b est composée de ces deux. et puisque $h : e :: c : d$, on a la raison ~~autre~~ $a : b$ composée des deux $c : d$ & $e : f$. donc la raison $c : d$ étant retirée de la raison de $a : b$, restera la raison $e : f$.

.1.
rible.
Si
ul c
c, ce
coupo
faie
deu
deu
uson
ulem
la r
prem
arlie
corda
. 2
~~toute~~ intene
la p
doub
périe
c rebr
corde
corde
plutô

[do]uble de l'arc comprise entre ces deux droites, ou GE : FB :: GH : BZ.

Fig. 13. Il suit de là que quand l'arc soutendu par la partie intérieure de la sécante serait [se]ul connu, avec la raison de la soutendante du double de l'arc entier à celle du double de l'autre [ar]c, celui-ci serait bientôt connu. Ptolemée transporte ensuite ces rapports des droites qui s'entre[c]oupent, aux cordes des arcs de grands cercles qui s'entrecoupent sur une surface sphérique, [en] faisant voir que si sur la surface d'une sphère, (fig. 14) quatre arcs, chacun plus petit que [le] demi-cercle, desquels deux forment un angle, et les deux autres rebroussant des extrémités [de]s deux premiers, tombent réciproquement sur ces deux mêmes premiers en s'entrecoupant, la [ra]ison de la soutendante du double de la partie inférieure de l'un de ces premiers arcs, à la [so]utendante du double de sa partie supérieure, sera composée de deux autres raisons, dont l'une [es]t la raison de la soutendante du double de la partie inférieure de l'arc rebroussé de l'extrémité du premier, à sa partie supérieure; et l'autre est la raison de la soutendante du double de la [p]artie inférieure de l'autre arc premier, à la soutendante du double de tout ce même arc premier, [o]u corde 2 GF : corde 2 EA :: $\frac{\text{corde } 2\,GZ}{\text{corde } 2\,ZD} \times \frac{\text{corde } 2\,B\text{D} \text{ [2ab ou]}}{\text{corde } 2\,BD} \times \frac{\text{corde } 2\,GE}{\text{corde } 2\,EA}$; ~~la même la raison de la souten~~ $\frac{C.2gz}{C.2zd} \times \frac{C.2bd}{C.2ab}$, ou bien [c]. 2ge × C.2zd × C.2ab = C.2ea × C.2gz × C.2db. Et la raison de la ~~corde~~ soutendante du double de l'un des mêmes premiers arcs qui font un angle, à la soutendante du double [de] la partie inférieure, sera composée de deux autres raisons dont l'une est celle de la soutendante [du] double de l'arc réfléchi contigu à ce même premier arc, à la soutendante du double de sa partie [su]périeure; et l'autre est la raison de la soutendante du double de la partie inférieure de l'autre [a]rc rebroussé, à la soutendante du double de tout cet arc rebroussé, ou corde 2 GA : corde 2 EA :: $\frac{\text{corde } 2\,GD}{\text{corde } 2\,DZ} \times \frac{\text{corde } 2\,EB}{\text{corde } 2\,BE}$, ou bien C.2ga × C.2dz × C.2be = C.2ea × C.2gd × C.2bz. C'est ce qu'on appelle la règle des six quantités ou des six arcs doubles, [ou] plutôt des cordes de ces arcs. (ou C.2ga : C.2ea :: $\frac{C.2gd}{C.2dz} : \frac{C.2bz}{C.2eb}$) ~~ou la première [...]~~

dans ces six quantités, note du traducteur M+

~~plice par~~

La première multipliée par la quatrième et la sixième, est égale à la seconde multipliée par la troisième et la cinquième; comme ici

$C \cdot 2 ga \times C \cdot 2 \mathcal{E}B \times C \cdot 2 DZ = C \cdot 2 \mathcal{E}d \times C \cdot 2 yD \times C \cdot 2 BZ$.

où en substituant les moitiés de ces cordes, lesquelles moitiés sont des sinus, aux cordes mêmes, puisque les moitiés sont comme les touts, on a cette règle rédigée en sinus. comme régiomontan va l'expliquer.

Table

des ascensions dans la sphère droite

La première dixaine répond à	9 temps	10 m
La seconde	9	15.
La troisième	9	25
D'où l'on conclut, pour la première dodécatémorie	(27	50)
La quatrième	9	40
La cinquième	9	58
La sixième	10	16
Seconde dodécatémorie	(29	54)
La septième	10	34
La huitième	10	47
La neuvième	10	55
Troisième dodécatémorie	(32	16)
Total pour le Quadrans	(90	0.)

L. 1) ch. XII. fig. 15. Au moyen de ces droites, et de leurs rapports entre elles, on détermine les arcs de déclinaison d'un point quelconque de l'écliptique, connaissant la distance du point équinoxial. Ptolemée a ainsi calculé les arcs de déclinaison pour tous les degrés de l'écliptique, et il les expose dans une table en deux colonnes, l'une des 90 degrés de l'écliptique, et l'autre des arcs du méridien correspondans à chacun des arcs de l'écliptique, croissant chacun de 1 degré depuis l'équinoxe.

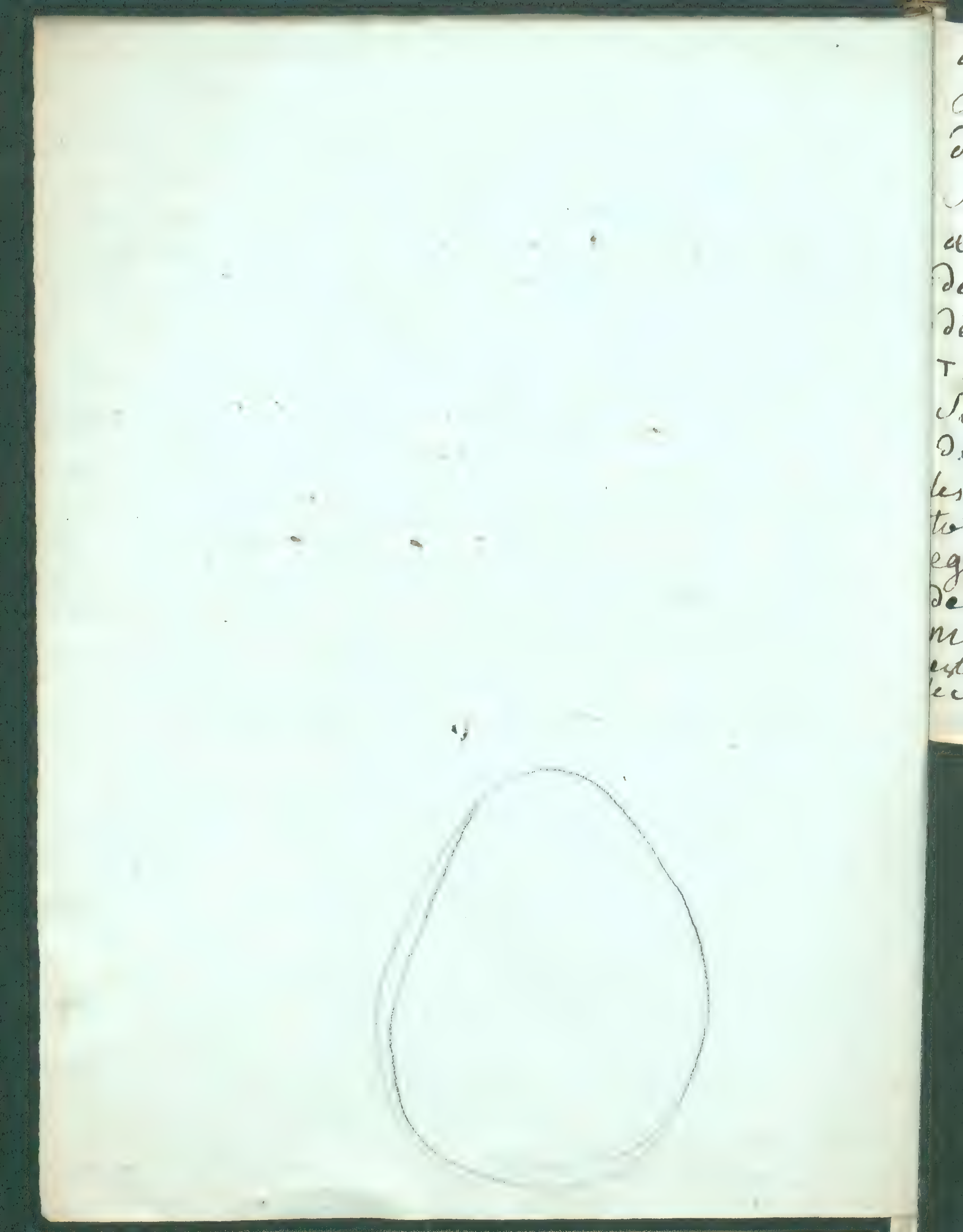
La détermination des déclinaisons, c'est-à-dire des arcs du méridien compris entre l'écliptique et l'équateur, pour chaque degré de l'écliptique, conduit Ptolemée à celle des ascensions droites. L'ascension droite est l'arc de l'équateur, qui commence et finit de se lever avec un arc de l'écliptique dans la sphère droite, qui est la section de l'équateur par l'horizon, à angles droits. Ces arcs de l'équateur se lèvent au dessus de l'horizon avec ceux de l'écliptique qui leur correspondent, mais ne leur sont pas égaux, excepté à 90 degrés.

Pour connaître la déclinaison d'un point de l'écliptique, duquel la distance à l'intersection de l'écliptique et de l'équateur est donnée ; Ptolemée emploie la règle des six quantités $\frac{C.2ZA}{C.2AB} = \frac{C.2TZ}{C.2TH} \times \frac{C.2EB}{C.2EH}$, ou $C.2ZA : C.2AB :: C.2TZ \times C.2EH : C.2TH \times C.2EB$, où l'on connaît cinq quantités $2ZA = 180^d$, $2AB$, $2HE$, $2EB = 180^d$ et $2TZ$; la sixième 2TH, ou le double de l'arc de déclinaison, devient connue.

15e proposition du 6e Livre d'Euclide, et par la table des cordes.

Mais si l'on a une raison à joindre à une autre, il faut multiplier le premier terme de la premiere par le premier de la seconde, et faire du produit le premier terme de la résultante, et multipliant les seconds termes de l'une et de l'autre en fait de leur produit le second terme de la résultante ainsi $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. car si ~~[illegible]~~ $ac = e$, et si $bd = g$, je dis que la raison de e à g est composée de deux, savoir de celle de a à b, et de celle de c à d. en effet, soit $ad = f$ moyen terme entre e & g, puisque $ac = e$, et que $ad = f$, par la 15[e] du v[e] d'euclide $e : f :: c : d$, et puisque $ad = f$, et que $bd = g$, $f : g :: a : b$. mais la raison de e à g est composée de deux $e : f$ & $f : g$, donc elle est aussi composée de celle de $a : b$, et de celle de c à d. ce qui montre que joindre deux raisons par synthese dans le style de Ptolemée c'est les multiplier l'une par l'autre, terme à terme.

Le sinus d'un arc étant la moitié de la corde du double de cet arc, tout ce que Ptolemée a démontré dans ses figures appellées sections par les grecs, concernant les ~~proportions~~ rapports des cordes d'arcs doubles, se trouvera par la proposition 15[e] du livre v, d'Euclide, être vrai aussi pour les ~~pro~~ rapports des sinus de ces arcs. c'est pourquoi



arcs ZA, ZT, EB, sont égaux, étant chacun un quart de cercle, et le sinus de chaque est le rayon du cercle ou sinus total. donc la raison [du] sinus total ~~est~~ au sinus de l'arc AB qui est le sinus de la plus grande déclinaison, est composée de la raison du sinus total au sinus de TH et de la raison du sinus de HE au sinus total. quelle que soit celle de ces deux que vous prendrez pour la première les deux rapports du sinus de HE au sinus total, et du sinus total au sinus TH donnent également le rapport du sinus de HE au sinus de TH, parceque le sinus total est toujours moyen entr'eux. donc le sinus total ou rayon est au sinus de la plus grande declinaison, comme le sinus de l'arc HE est au sinus de l'arc TH. ou

$$\text{Sin Decl} = \frac{\text{Sin TH}}{\text{Sin HE}}.$$

a la règle des six quantités de Ptolemée, pour la déclinaison, à
~~TH qui est le double de l'arc de déclinaison, sera donc connue~~; Regiomontan substitue, l'ana

=logie de la raison du sinus total au sinus de la plus grande déclinaison de l'écliptique, qui

est
comme la raison du sinus de la distance de ce point à l'intersection, au sinus de la déclinaison

de ce même point. ✝. c'est pourquoi ~~Et pour l'ascension d'un arc quelconque de l'écliptique depuis l'intersection de~~

~~l'équateur et de l'écliptique, dans la sphère droite,~~ à la démonstration de Ptolemée, ~~laquelle~~

connaissant
~~est la règle des six quantités~~ $\frac{c.2ZB}{c.2BA} = \frac{c.2ZH}{c.2TH} \times \frac{c.2TE}{c.2EA}$ ou ~~l'on connaît~~ 2Z.B, 2AB, 2Z.H, 2HT, 2E.

étant donnés quantité devient
=180°, ~~et par conséquent~~ la sixième TE qui est l'arc d'ascension droite, ~~à cette démonstration qu~~

connue substitue
~~est de la raison de HE~~, Regiomontan ~~en ajoute une autre~~ qui consiste dans la raison du sinus

qui est
total au sinus du complément de l'ascension droite, comme celle du sinus du complément de

de l'écliptique, cet arc
la déclinaison du point qui termine ~~l'~~arc, au sinus du complément de ~~l'arc~~ de l'écliptique

qui correspond à cette ascension droite. ~~Mais comme Ptolemée ne connaissait pas les sinus~~

✝. ainsi dans la figure pour cette proposition, la
~~nous passerons sous silence, dans les analyses des livres de l'Almageste, toutes les~~
raison du sinus de l'arc ZA au sinus de l'arc AB,
~~démonstrations par sinus, attendu qu'elles ne se trouvent point dans Ptolemée~~.
est composée des deux raisons du sinus de
l'arc ZT au sinus de l'arc TH, et du sinus de
l'arc HE au sinus de l'arc EB. mais les trois

il est constant par ce qui vient d'être dit, qu'ayant six quantités, ~~et~~ où la raison de la première à la seconde soit composée des raisons de la troisième à la quatrième et de la cinquième à la sixième; cinq de ces quantités étant connues, la sixième sera par là connue. de sorte que si la raison de a à b est composée des deux c:d et e:f, celui de ces six termes qui est inconnu, les cinq autres étant donnés, devient connu par ces cinq donnés; car nécessairement le produit du premier par le quatrième et par le sixième, est égal au produit du second par le troisième et par le cinquième. en effet, si ad = g, et si cb = h, en conséquence de la règle qui vient d'être donnée pour la dièrèse, que g : h :: e : f, le produit de g par f est égal à celui de h par e. si donc g est inconnu, il deviendra connu par le produit des moyens he divisé par l'extrême f; il en est de même pour tout autre terme de cette analogie, inconnu, devient connu. si l'un ou l'autre de c et d est inconnu, substituez les valeurs de g et de h, et vous aurez ad : cb :: e : f, si c'est c qui est inconnu et tout le reste connu, vous aurez $c = \frac{adf}{be}$; si c'est d, vous aurez $d = \frac{bce}{af}$. ou si c'est a ou b, faites ce = k, et df = l, par la synthèse k : l :: a : b, or k et l sont données, donc l'inconnue a ou b deviendra connue.

on appelle ascension droite d'un arc de l'ecliptique, l'arc de l'equateur qui, dans la Sphère droite, commence et finit de se lever avec cet arc de l'ecliptique. ainsi pour l'ascension ~~droite~~ d'un arc quelconque ~~pris~~ de l'ecliptique pris dans cette même figure 15, depuis l'intersection de l'equateur et de l'ecliptique, dans la Sphère droite, à l'arc EH de l'ecliptique correspond l'ascension droite ET qui est l'arc correspondant de l'equateur. comme de l'angle A descendent les deux arcs AΣ, AZ desquels se réfléchissent les deux EB, ZT qui s'entrecoupent en H. donc suivant ce qui est dit plus haut, le rapport du sinus de l'arc ZA ~~est~~ au sinus de l'arc AB est

composé de deux, savoir du rapport du Sinus de ZH au Sinus de HX, et du Sinus de XE au Sinus de EA. or il y a ici cinq arcs connus, ZB, ~~BA ZH, HX, EA~~ complément de la plus grande déclinaison, BcA la plus grande déclinaison, ZH complément de la déclinaison du point H, HX déclinaison du point H, EcA quart du Cercle. Les cordes ou Sinus de ces arcs se trouvant par les tables, et le Sinus ou la corde de l'arc EX par la régle des six quantités on aura ainsi l'arc cherché EX. ~~Or a~~ ou le rapport Sin EA au Sin AX est composé de celui de Sin EB à Sin BH, et de celui de Sin HZ au Sin ZX. or les sinus des quarts de cercle ~~[illegible]~~ EA, EB, ZX, sont des rayons, + ~~l'arc~~ BH est complement de l'arc EH donné, et HX le complément de la déclinaison du point H donné, ce qui fera connoitre l'arc AX, et par suite l'arc EX restant du quart de cercle ~~c'est pourquoi ainsi donc~~ or

Analyse du second livre de l'Almageste.

Ce second livre traite de la diversité des levers des astres, de la longueur du jour, de la hauteur du pôle, des ombres des gnomons, des ascensions dans la sphère oblique, et des différens angles formés par le concours de l'horizon, du grand cercle qui lui est perpendiculaire, de l'écliptique et du méridien.

Ch. I.

* La partie que nous habitons sur la terre, n'étant pas sous l'équateur, la sphère est par conséquent oblique pour elle, c'est à dire qu'elle a le pole élevé sur l'horizon; et les jours étant égaux aux nuits sous l'équateur, ou dans la sphère droite, cette égalité n'a pas lieu dans la sphère oblique; et plus l'inégalité est grande, plus les pays qui l'éprouvent, sont éloignés de l'équateur.

L'amplitude d'un point de l'écliptique, est l'arc de l'horizon intercepté entre le lever de ce point et l'équateur. et son arc semi diurne est la moitié de l'arc du parallèle de ce point lequel arc est au dessus de l'horizon

Ch. II.

* (fig. 1) ABGD est le méridien; AEG l'équateur; BED l'horizon oblique; H point orient de l'écliptique, et Z le pôle. Ptolemée trouve par la durée du plus long jour ou par l'arc semi-diurne de l'écliptique, en employant les théorèmes démontrés dans le livre précédent, les arcs d'amplitude EH ou de l'horizon, compris ~~interceptés~~ entre l'écliptique ~~interceptés entre l'écliptique et l'équateur, depuis l'intersection de celui-ci par l'horizon~~ et l'équateur, depuis l'intersection de celui-ci, par l'horizon. Car ici on connait cinq des six quantités dans les quatre arcs AE, AZ, et EB, ZT, qui, en rebroussant de l'extrémités de AE, AZ, s'entrecoupent en H, savoir, EA, EB, TZ, qui sont chacun = 90d., AT arc semi-diurne, et HZ complément de la déclinaison du point orient de l'écliptique.

La règle des six quantités fera donc connaître BH, en disant : C. 2AT : C. 2AE :: (C.2TZ / C.2ZH) : (C.2EB / C.2BH)

$\frac{c.2at}{2ae} = \frac{c.2tz}{c.2zh} \cdot \frac{c.2bh}{c.2be}$; $c.2BH = \frac{c.2at \times c.2be \cdot c.2zh}{c.2ae \cdot c.2tz}$.

auxquelles cordes, Regiomontan substitue les sinus de ces arcs, en disant ~~sin ea : sin at~~ la raison du sin EA ~~est~~ au sin AT, est composée de celle du sin EB au sin BH, et de celle du sin HZ au sin ZT. or, les arcs EA, EB,

~~sinus étaient inconnus à Ptolemée qui calculait par la table des cordes, les valeurs de~~

♈ Z♈ sont des quarts de cercles, A♈
est l'arc semi-diurne, HZ est le complément
de la déclinaison du point de l'écliptique
duquel le lever est en H. donc par la
règle des six quantités, l'arc BH restant ~~de HE re~~ du quart de cercle
~~tranché~~ dont HE est retranché, demeure connu
donc la premiere, la troisieme et la sixieme
de ces six quantités étant égales entr'elles,
la raison de la premiere à la seconde
est comme celle de la cinquieme à la
quatrieme. or la premiere est le sinus
total. la seconde est le sinus de l'arc
diurne, la cinquieme le sinus du complé-
-ment de la déclinaison du point, et
la quatrieme le sinus du complement
de l'amplitude. ainsi, le rayon est au sinus
de l'arc semi-diurne d'un point de l'écliptique
comme le sinus du complément de la déclinaison
de ce même point est au sinus du complément de
l'amplitude. et de même par la hauteur
du pole donnée; le sinus de la hauteur de
l'equateur est au rayon, comme le sinus
de la déclinaison du point de l'écliptique est
au sinus de l'amplitude.

\+ + + + + + + + + + + p. 2 pour trouver la
différence de l'arc semi-
diurne le plus court pour
chaque pays, par quatre
quantités proportionnelles,

le rapport sin ZB : sin BA étant composé du rapport
de sin ZH : sin H♈, et de sin ♈E : sin EA,
si H est le point du lever du tropique du
capricorne, ZH, H♈, EA, sont les mêmes pour
tous pays, car ZH est compl. de la plus grand
déclinaison H♈, et EA est un quart de cercle
donc ~~sin ZB~~ : sin BA : ~~sinus~~ ~~sin ZH~~ sin ZB :: sin EA : S.♈E divisé ~~[illegible]~~ ZH : S. ~~[illegible]~~ H♈. EA
or si S. H♈ × sin EA = 1, et si $\frac{1}{S.ZH} = n$, n : S.♈E :: S.BA :
par conséquent $n = \frac{S.H♈ \times r}{S.ZH}$ $\frac{S.♈E \times S.BA}{S.ZB}$; et $S.♈E = \frac{n \cdot S.ZB}{S.BA}$; et A♈ = 1 − S.ZB.

~~[illegible] Ayant BH, il [illegible] de EBA [illegible] la valeur de l'amplitude [illegible]~~

4°. Par la même règle des six quantités, dans la même figure, où ET = AE, − AT, on a C. 2ET : C. 2AT :: $\left(\frac{c.\ 2EH}{c.\ 2HB}\right)$: $\left(\frac{c.\ 2AZ}{c.\ 2AZB}\right)$ ou $\frac{C.2et}{C.2at} = \frac{C2eh}{C2hb} \cdot \frac{C.2bz}{C.2az}$, $C2bz = \frac{C2et}{C2at} \cdot \frac{C2bh \cdot C2az}{C2eh}$; ce qui fait connaître l'arc BZ de la hauteur du pôle, ou Sin compl arc semidiu : Sin decl arc, composé de Sin ampl : Sin compl ampl.
~~l'horizon. Et réciproquement, par les hauteurs du pôle, on trouve les arcs ET, c'est à dire~~
et de Sin haut. du pole : rayon; ~~ou~~ Sin r : S compl h p :: S. ampl : Si declin.
les différences des plus longs ou plus courts jours au jour equinoxial ou les arcs ET ~~[illegible]~~ se trouvent par les hauteurs du pole. Car par la règle des six quantités, C. 2zb : C. 2ba :: $\left(\frac{C.2zh}{C.2ht}\right)$: $\left(\frac{C.2EA}{C.2EAT}\right)$ ~~l'on aura aussi les arcs EH de l'horizon, ou~~
ou Sin ZB : S Bα :: S ZH : S Hϒ et S. ϒE : S. EA. ~~ou S. HZ : S. HB :: r : S. [illegible]~~
les amplitudes EH, disant C. 2za : C. 2ab :: $\left(\frac{C.2zT}{C.2th}\right)$: $\left(\frac{C.2BE}{C.2HE}\right)$ ou $\frac{C2za}{C2ab} = \frac{C2zt}{C2th} \cdot \frac{C2he}{C2be}$ et $C.2he = \frac{C2za}{C.2ab} \cdot \frac{C.2th \cdot C2be}{C.2zt}$
\+ + + + + + + + + + + + +

c. III. 2. Soient H un point orient austral de l'écliptique, K un boreal, MK, HL des paral=lèles à l'équateur; ZHT, NKX des quarts de cercles décrits ~~[illegible]~~ des pôles de l'équateur AEG. L'arc TA = GX; donc ET = EX, et HT = KX, HE = EK; donc deux parallèles à égales distances des tropiques de part et d'autre de l'équateur, coupent sur l'horizon oblique des arcs égaux dont l'un BH est égal à l'autre KD, et font les arcs diurnes des parallèles, égaux aux arcs nocturnes des parallèles opposés. ou S. Bα : r :: S. Hϒ : S. HE, et S. DG : r :: S. KX : S. XE. or AB = DG, et Hϒ = KX, donc S. ϒH : S. HE :: ϒH : EK, donc HE = EK

ch. IV. 4. Le Soleil n'étant vertical qu'entre les tropiques, les contrées situées au-delà, voient toujours les ombres projettées vers le pôle élevé pour elles au-dessus de leur horizon, et les ombres solsticiales y sont d'autant plus longues à midi, que la latitude de ces contrées est plus grande. ~~La Sinus de la hauteur de midi du Soleil sur l'horizon, est au Sinus de son complement, comme la longueur entre les tropiques, l'objet qui fait ombre est à la longueur de cette ombre droite.~~ 7. La table des déclinaisons donnée pour la sphère droite, indique par l'arc connu du méridien entre le parallèle où le Soleil est vertical et l'équateur, la distance du Soleil à l'équinoxe. Mais pour les parallèles ~~entre~~ et au-delà des tropiques, pour les parallèles entre les tropiques

~~ch. dans le cercle ABG de hauteur du Soleil~~

V. Fig. 3. Soit, E le sommet d'un gnomon, GN l'ombre solstitiale d'hiver, GK l'ombre solstitiale d'été, GZ l'ombre ~~solstitiale~~ equinoxiale, l'arc GM la hauteur du pôle, l'arc TM l'intervalle des tropiques, l'arc GT correspondant à l'ombre GK évaluée en parties dont EG en contient 60, est égal à GM−TM en degrés dont la circonférence vaut 360. Donc deux de ces trois conditions : Le rapport du gnomon à la longueur de son ombre, la hauteur du pôle sur l'horizon, et l'arc du méridien entre les tropiques, étant données, ~~l'autre~~ la troisième suit nécessairement (). ~~En effet, le Sinus du complement de la hauteur de midi du Soleil, est au~~

Regiomontan distingue entre
l'ombre droite qui est celle d'un
objet dressé perpendiculairement sur l'ho-
rizon, jette sur l'horizon, comme
dans la figure l'ombre GZ, ~~la~~ Pto-
lemée ne parle que de cette ombre
droite. Regiomontan dit que le Sinus
de la hauteur donnée du Soleil
est au Sinus du complément de cette
hauteur, comme la longueur d'un
dont l'extrémité supérieure soit E,
gnomon par exemple, perpendiculaire
est à la longueur de ce gnomon;
ce qui fait connoitre le complément
de la hauteur du Soleil, qui donne
le point vertical, et l'intervalle de
ce point au pole étant toujours égal
à la hauteur de l'équateur sur l'horizon
ou à la latitude ~~du~~ cherchée, on
connoit ainsi cette latitude; car la
perpendiculaire abaissée de B sur le rayon parallèle à l'horizon
et à la ... menée de ... B ... sur le gnomon
prolongé, ou le Sinus de la hauteur est aux cosinus,
comme ~~BF~~ GE est à GZ; l'ombre verse est celle
que jette sur l'horizon, une
aiguille parallèle à l'horizon,
de laquelle E soit l'extrémité. alors
le ~~com~~ Sinus du complément de la
hauteur donnée est au Sinus de
la hauteur, comme la longueur
du gnomon, est à celle de son ombre.
rayon parallèle à l'horizo
car $Z\Xi = \sqrt{ZG^2 + \Xi G^2}$, et $Z\Xi : \Xi G :: r$ ... de l'extrémité de $Z\Xi$ pro
: la perpendiculaire abaissée de ... cette perpendiculaire est un
: longée jusqu'à la circonférence. Sinus qui est l'ombre verse.

6. Par ces hauteurs successives du pôle, Ptolemée assigne pour chacun des parallèles qu'il parcourt tous depuis l'équateur jusqu'au ~~pôle~~ boreal, à la distance d'un quart d'heure d'augmentation de jour de l'un à l'autre consécutivement, la grandeur de leurs plus longs jours et les projections des ombres de leurs gnomons.

Après avoir ainsi déterminé ~~tous~~ les climats, pour ~~tous~~ les divers degrés d'inclinaison de la sphère oblique, il passe à la détermination des ascensions obliques pour chacun d'eux, et à leurs différences ascensionelles d'avec les ascensions droites.

Ch. VII.

7. Fig. 4. Sur l'horizon BED oblique à l'équateur GEA, deux arcs égaux ZH, TK, de l'écliptique depuis les équinoxes Z et T, ont des ascensions égales, parceque l'arc EZ de l'équateur se lève avec ZH, et l'arc TE avec TK. Or ces deux arcs EZ, TE sont égaux; car H et K étant des déclinaisons égales, et M, L étant les pôles de l'équateur, MH = LK, MZ = LT, chacun quart de la circonférence; et comme ZH = TK, l'angle ZMH = TLK. Mais EK = EH, et LE = ME; donc l'angle KLE = l'angle HME; donc l'angle ELT = l'angle ZME; donc EZ = TE. donc généralement deux arcs égaux de l'écliptique et également distants des points équinoxiaux ont des ascensions égales.

Fig. 5. Deux arcs egaux ZH, TH de l'écliptique et également distants d'un solstice H, ont leurs ascensions conjointes dans l'horizon oblique, égales aux ascensions droites des mêmes arcs, ~~jointes~~ conjointes pareillement. Soit T l'équinoxe vernal, Z celui d'automne; ZH se lève avec ZE, et TH avec TE: donc tout l'arc TEZ est égal aux ascensions obliques TH et ZH. Du pôle sud K menez l'arc KL, ZH se lève avec ZL, et TH avec TL; or TL+ZL = ZE+TE; donc connaissant les ascensions obliques dans un quart de l'écliptique, on les connaîtra aussi dans les autres quarts. Car dans un quadrans, connaissant les ascensions depuis le Bélier jusqu'au Cancer, on connaîtra celles du quadrans opposé depuis le Capricorne jusqu'au Bélier, et par celui-ci, celles des deux autres.

8. Par conséquent, dans la sphère droite et la sphère oblique, les différences d'ascensions d'arcs égaux de l'écliptique, et également distants d'un solstice, sont les mêmes. Et dans la ~~partie~~ moitié boréale de l'écliptique, l'ascension droite est plus grande que l'oblique, mais dans la méridionale, plus petite.

n. 6.

+ $C.2KD : C.2DG :: C.2KL : C.2LM : C.2ME : C.2EG$

ou $C.2KD : C.2DG :: \frac{C.2KL}{C.2LM} : \frac{C.2EG}{C.2ME}$, ou bien

$C.2KD \times C.2LM \times C.2EG = C.2DG \times C.2KL \times C.2ME$.

+ on réduit aisément ~~cette~~ ces six comme ci-dessus quantités à quatre, en multipliant le sinus de la hauteur du pole KZ pour l'horizon donné, par le sinus total ou r ~~rayon~~, et en divisant le produit par le sinus du complément DG; alors le résultat $\frac{r.\,Sin\,KD}{Sin\,DG} = L : Sin\,M$

= sin de la différence cherchée des ascensions droite et oblique, comme le sinus du complément KL de la déclinaison est au sinus de cette déclinaison LM

ou $L : Sin\,ME :: Sin\,KL : Sin\,LM$.

et $Sin\,ME = \frac{Sin\,LM}{Sin\,KL} \times L = \frac{S.LM}{S.KL} \times \frac{S.KD}{S.DG}$

(+) ~~on trouvera donc que r : sin~~

Ptolemée confirme ces assertions par des exemples pris du parallèle de Rhodes auquel il les applique, en cherchant 1°. L'arc de l'équateur qui se lève avec l'arc correspondant de l'écliptique; 2°. les différences d'ascensions entre tous les arcs de l'écliptique pris depuis un même point; 3°. les différences ascensionelles d'entre les arcs de l'écliptique et les arcs correspondans de l'équateur.

Pour trouver l'ascension oblique d'un arc de l'écliptique

Fig. 6. ~~HE~~ depuis l'équinoxe vernal H; joint l'arc donné HL de l'écliptique, # celui dont on cherche l'ascension oblique, bien HE, l'arc de l'équateur AG au-dessus de l'horizon BD. Du pôle K abaissant le quart de cercle KM, l'ascension droite de l'arc HL est HM connue par ce qui précède. Sa différence d'avec l'ascension oblique HE, est l'arc EM que l'on ~~connoit par~~ cherche. KD est la hauteur du pôle sur l'horizon; DG son complément; LK complément de la déclinaison du point L où se termine l'arc HL, et LM sa déclinaison. Et EG étant un quart de cercle, ME sera connu par la règle des six quantités; et le retranchant de HM, le reste HE est l'ascension oblique cherchée de l'arc HL de l'écliptique.

+ Car Sin KD : Sin DG ∷ Sin KL : Sin LM : Sin ME : Sin EG ; $\text{Sin } ME = \frac{\text{Sin } KD \cdot \text{Sin } LG}{\text{Sin } DG \cdot \text{Sin } KL}$

Fig. 7. Ptolemée détermine la différence des ascensions droite et oblique d'un arc quelconque de l'écliptique, par l'arc de grand cercle mené du pôle L. Car soit E section de l'équateur AE, de l'équinoxe vernal du belier, et H la section de l'horizon et du tropique, ~~de l'écliptique ZEH et de l'horizon, l'équinoxe vernal~~; l'arc ET de l'écliptique, donné. Cet arc ET se lève avec l'arc EM de l'équateur dans la sphère droite; mais avec l'arc MN dans la sphère oblique; car ici il se lève avec l'arc TK du parallèle. Or MN = TK; donc EN est la différence des ascensions droite et oblique du même arc ET, et cet arc EN est déterminé par l'arc LN de grand cercle mené du pôle, par le point d'intersection de l'horizon et du parallèle qui passe par l'extrémité de l'arc de l'écliptique. ~~+ rayon~~

~~[illegible]~~
~~[illegible]~~
~~[illegible]~~

Fig. 8. Et, donc H est l'intersection de l'horizon oblique sur l'équateur et du parallèle tropique d'hiver, et K l'intersection de cet horizon et du parallèle qui passe par l'extrémité de l'arc EK de l'écliptique, duquel on cherche l'ascension oblique, On n'a qu'à abaisser du pôle sud Z un quart de cercle qui passe par cette intersection K, EL sera la différence ascensionelle cherchée entre ET ascension droite, et EK ascension oblique. ainsi donc

C. 2 Th : C. 2 ZH :: C 2 TE : 2 EL : C 2 KL : C. 2 KZ, ou bien

~~8°. Ptolemée a calculé ainsi toutes les ascensions obliques pour tous les degrés~~

S. th : S. ZH :: S. te : S. el : S. kl : S. kz, ou S. th × S. el × S. kz = S. Zh × S. te × S. kl.

Suite du verso de p. 13.

Généralement, pour tout climat, le Sinus du complément de la hauteur du pole dans le climat en question, est au Sinus de cette hauteur pour ce climat ~~comme~~ comme le Sinus de la différence des ascensions droite et oblique d'un arc de l'ecliptique dans le climat où le pole est élevé de 45 degrés est au Sinus de la différence des ascensions droite et oblique dans le climat en question.

(bon quoique rayé)

~~car~~ Suivant ce qui est démontré en fig. 6, on a vu que la raison de Sin KD à Sin DG est composée de celle de Sin KL à Sin LM, et de celle de Sin ME dans l'horizon oblique, au rayon. ~~Soit q le produit de Sin LM au rayon, et p le quotient de q divisé par Sin KL, on aura (par la xve du ve d'Eucl.) Sin KL : Sin LM :: [illegible] Sin LM × r : Sin LM × r / Sin KL. q : 1 or à la Latitude de 45 degrés où le pole est élevé de 45 degrés au dessus de l'horizon,~~

~~car~~ or dans le climat où le pole est élevé de 45 degrés au dessus de l'horizon ~~[illegible]~~ donc KD est égal à DG, ~~la raison du~~ cosinus de la déclinaison d'un arc de l'ecliptique, ~~est~~ au Sinus de cette déclinaison, est comme la raison du Sinus total, au Sinus de la différence des ascensions droite et oblique de cet arc; car Sin KL : Sin LM :: 1 : Sin ME, pour la latitude de 45 degrés. ~~mais pour la latitude de 40 par~~ Soit le Sinus de LM × 1 = q, Soit Sin KL : Sin LM :: 1 : r, et Soit ~~Soit~~ $\frac{q}{\text{Sin KL}} = r$, on a donc r = Sin ME dans la Latitude de 45^d. Soit pour une autre Latitude, Sin KL × Sin ME = s, on aura par l'addition des raisons, q : s :: Sin DG : Sin KD. mais ~~telle est au~~ par la xve du ve d'Eucl., r est en même raison au Sinus ME de cette autre Latitude. d'où je conclus ce que j'ai ~~[illegible]~~ avancé.

Mais pour rendre cette conclusion
plus ~~claire~~ évidente, je dis que dans un pays
pour lequel le pole est élevé de 40
degrés, la raison du Sin DG au Sin KD,
est comme celle du Sin ME dans le pays
où le pole est élevé de 45 degrés, au
Sinus de ME dans le pays où le pole est
élevé de 40 degrés. car dans le pays où le
pole est élevé de 40 degrés, la raison
de Sin KD à Sin DG est composée des deux
Sin KL : Sin LM & Sin ME : Sin EG. or
Sin KL : Sin LM :: 1 : Sin ME pour la
latitude de 45d. donc dans la latitude de
40d, la raison Sin KD : Sin DG est composée des deux
Sin total : Sin ME pour la latitude de 45d
et Sin ME : Sin total pour la latitude de 40d.
~~n'augmente laquelle [illegible] ces~~ or ces dernières raisons ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~ font ensemble le rapport
de Sin ME dans la latitude de 40 degrés,
au Sin ME dans la latitude de 45d. donc
convertendo, la raison de Sin DG à Sin KD
dans la latitude de 40d est comme la raison
de Sin ME dans la latitude de 45d à Sin ME
dans la latitude de 40d; ou la raison
du cosinus de la hauteur du pole pour 45d
au Sin de cette hauteur pour cette latitude
est comme la raison du Sinus de la diffé-
rence des ascensions droite et oblique
pour cette latitude de 45d, au Sin de la
différence des ascensions droite et oblique
pour la latitude de 40 degrés. réduisant
donc la raison de Sin DG à Sin KD
pour le climat en question, ~~aux~~ à des termes
dont le premier ~~soit celui qui~~ n'ait
que l'unité, et prenant les Sinus des diffé-
rences des ascensions droites et obliques
pour la latitude de 45 degrés, vous composez
très aisément une table des ascensions obliques

L. 2

figura 23

A
Z
H
B
E
T
D
K
G

L. 2. c. h.) c'est ainsi que Ptolemée a dressé la sienne ~~d'inclinaison de la Sphère oblique, et il en a fait une table~~ qui est le VIII chapitre, de ce second livre; elle contient les ascensions obliques pour tous les degrés d'inclinaison de la Sphère ~~oblique~~.

ch: X Fig. 9 L'arc BH de l'equateur étant égal à l'arc BT de l'équateur des deux côtés de l'équinoxe B où passe l'écliptique ABL, les arcs ZH et ZL décrits du pôle Z, font l'angle KHB égal à l'angle ZTE; car AB=BL, et AH=LT, et l'angle HKB = BTL: donc il égale l'angle ZTE. Ainsi les angles formés par le méridien et l'écliptique, sont égaux, l'un au-dessus, l'autre au-dessous de l'écliptique, à égales distances de l'équinoxe.

Fig. 10. Les angles ZDB, ZEG, = 180^d; car Z étant le pôle de l'équateur, B le solstice; et BD = BE, ZD = ZE, et ZEB + ZEG = 180^d; donc les angles formés par les méridiens et l'écliptique à égales distances d'un solstice, font ensemble deux angles droits.

Fig. 11. D'où l'on conclut que dans le méridien ABGD, A étant le solstice d'hiver, et BED décrit de A comme pôle, et AEG décrit de D comme pôle avec un rayon égal au côté du carré inscrit, l'angle DAE est droit, et par conséquent aussi l'angle DGE du solstice d'hiver, donc l'angle formé par le concours du méridien et de l'écliptique au point tropique, est droit.

Fig. 12. A dans le méridien est l'équinoxe d'automne et le pôle de BED décrit avec un rayon égal au côté du carré inscrit; D est le pôle de l'équateur AEG, et AZG est l'écliptique. Il s'ensuit que AZ et ED sont des quarts de circonférences de cercles, et que Z est le solstice d'hiver. Or EZ = 23^d. 51'; donc DZ = 113^d. 51' valeur de l'angle DAZ. Or DAZ + BAZ = 180^d: BAZ = BGZ; donc BGZ = 66^d. 9'; donc les angles formés aux deux équinoxes par le méridien et l'écliptique, sont supplémens l'un de l'autre, l'un au-dessus, l'autre au-dessous. ~~ch. X pour~~

Fig. 13. Soit Z l'équinoxe d'automne, BZ l'arc du signe de la Vierge; du pôle B décrivez HTEK, BH, BT, EH, égalent chacun 90. La règle des six quantités, c'est-à-dire par les cordes des six arcs doubles $\frac{c.\,2BA}{c.\,2HA} = \frac{c.\,2BZ}{c.\,2TZ} \cdot \frac{c.\,2TE}{c.\,2EH}$, fait trouver l'angle KBT du méridien et de l'écliptique, au commencement de la Vierge, où la déclinaison est de 11^d. 10', de 111^d. ce qui par la figure 9, donne aussi 111^d. pour la valeur de l'angle formé par l'écliptique et le méridien au commencement du Scorpion qui est aussi distant que la Vierge, de l'équinoxe; et pour chacun des angles de leurs supplémens, l'un au 1er degré du Taureau, pour supplément du Scorpion, et ×69^d. l'autre au 1er degré des Poissons, pour supplément de la Vierge. Car 69^d = 180^d − 111^d = 69^d.

On trouve de même les valeurs des angles pour chacun des autres signes, et leurs C... partielle par les Sinus, on a ~~l'analogie~~ la raison

de Sin B♋ à Sin AH composée des deux Sin BZ à Sin Z♈ et Sin ♈E à Sin EM. or B♋ est l'arc de déclinaison du point B donné, AH est le complément de cette déclinaison, BZ est l'arc connu du Zodiaque, Z♈ son complément, & EM un quart de la circonférence. La règle des six quantités fera connoître ♈E. or EK est un quart de cercle, donc l'arc entier K♈ qui est la valeur de l'angle ♈BK sera donné.

dans la dernière figure du Livre pr. dans laquelle le meridien abgd est le colure des Solstices la raison de Sin ZB à Sin B♋ est composée des deux Sin ZH à Sin H♈ et Sin ♈E à r = Sin E♋. Soit le Sin B♋ moyen entre Sin ZB et Sin ZH, alors la raison de Sin ZB à Sin ZH est composée des deux Sin ZB à Sin B♋ et Sin B♋ à Sin ZH. donc la raison de Sin ZB à Sin ZH sera composée des trois Sin ZH à Sin ZH, et Sin ZH à Sin H♈, et Sin ♈E au Sin total. or les deux premieres font la raison de Sin B♋ à Sin H♈. donc la raison de Sin ZB à Sin ZH est composée des deux Sin B♋ à Sin H♈ et Sin ♈E au Sin tot. or Sin B♋ : Sin H♈ :: Sin tot : Sin EH, car Sin tot est moyen entre Sin H♈ et Sin HE, donc le rapport Sin ZB à Sin ZH est composé de Sin total à Sin EH & de Sin ♈E à Sin total. L'une -

ch. XI. Les angles formés par l'écliptique et l'horizon à égales distances d'un équinoxe Z ou K, sont égaux entr'eux, car EH=EL, l'angle E est le même dans les deux triangles ZEH, KEL; l'ascension EZ = l'ascension KE; le côté EH = le côté EL. Donc l'angle EHZ est égal à l'angle ELK, et par conséquent leurs supplémens EHT, DLK sont égaux.

Fig. 14. ZAD + DAE = 180^d; ZAD = ZAG; donc ZAG + DAE = 180^d. Donc les deux angles faits sur l'horizon par l'écliptique et diamétralement opposés l'un à l'autre, dont l'un est à l'orient et l'autre à l'occident, sont toujours supplémens l'un de l'autre. Par consé=quent s'ils sont à égales distances d'un solstice, ils sont ensemble égaux à deux angles droits. Ce qui sert à trouver les angles orientaux d'une demi-circonférence, quand on a ceux de l'autre, et par conséquent les angles occidentaux de chacune.

Fig. 6. Car prenant pour exemple le parallèle de 36^d de latitude, soit E l'équinoxe vernal, G le solstice d'été, B celui d'hiver, les angles DEG, DEB seront connus, parceque ZB et ZG sont les plus grandes déclinaisons de l'écliptique; et 54^d = DZ est le complément de la hauteur du pôle: retranchant GZ = 23^d. 51', reste DG = 30^d. 9' pour l'angle DEG angle oriental; ou ajoutant BZ = 23^d. 51', on a DB = 77^d. 51', valeur de DEB autre angle oriental à l'équinoxe vernal: retranché de 180^d, il laisse 102^d. 9' pour l'angle occidental en cet équinoxe. Si E est l'équinoxe autumnal, DEG et DEB seront des angles occidentaux, et leurs supplémens seront orientaux.

Fig. 17. Soit le méridien ABGD, la moitié de l'écliptique AEG dont les deux points A, E soient donnés, et BED la moitié orientale de l'horizon oblique sur l'équateur. Soit E les commencement du Taureau. Par les ascensions on connaîtra le point A culminant, et son opposé G, ce qui donnera l'arc EG, moindre dans les contrées boréales, qu'un quart de cercle. Soit EGH ce quart de cercle; par H passe un grand cercle dont le pôle est E, et qui coupe l'horizon en T, et le méridien en Z. Les angles en D et en T étant droits, Z est le pôle de l'horizon, et ZD, ZT sont des quarts de cercles. Par la déclinaison du point culminant, et par la latitude du pays en question, on aura la hauteur méridienne du point culminant, c'est-à-dire l'arc AB = l'arc DG. On aura ainsi par la règle des six quantités, ou des six arcs dont on en connaît cinq, savoir ZT, ZD, et EH qui sont des quarts de cercle, DG qui est

pour l'angle oriental formé par l'intersection de l'eclip-
-tique et de l'horizon oblique, et un point de l'ecliptique :
par exemple, Soit E le premier
point du taureau. Le point est
médiant du ciel sera connu par
les ascensions, ainsi que son opposé
G donc l'arc EG sera donné. or D'ans
les régions Septentrionales il est plus petit
qu'un quart de cercle. Soit donc EGH un
quart de la circonférence, que par H
il passe un grand cercle dont le
pole est E et coupant l'horizon
en Y et le méridien en Z. les angles
D & Y étant droits, Z est le pole
de l'horizon, ainsi donc ZD & ZY
sont des quarts de circonférence
par la declinaison du point
médiant du ciel et la Latitude du
pays en question on aura l'arc
AB de la hauteur méridienne
de ce point, arc auquel l'arc DG
est légal. La raison de Sin ZY à
Sin YH est composée de celles de
Sin ZD à Sin GD et de Sin EG à Sin GH.
ou de 1 à Sin GD et de Sin EG à 1.
Or cinq de ces arcs sont connus,
ZY, ZD, EH, qui sont des quarts de cercle
DG hauteur meridienne du point médiant
GE distance du ~~degré~~ point E ascendant
au ~~point du ciel~~ point de minuit. ~~au milieu du ciel~~
~~au degré~~ on connoitra donc YH
valeur ou mesure de l'angle cherché DEG.
donc 1 : Sin YH arc de l'angle cherché :: Sin arc compris
entre le point ascendant et le point médiant : Sin
arc de la hauteur du point de l'ecliptique au milieu du ciel

* car les deux raisons qui composent la premiere font celle de Sin ZG à Sin GD, et Sin ZG = Sin de aeg étant un demi cercle, donc 1 : S. YH :: S. al : S. 90

et L'autre de ces deux derniers ~~raisons fait également~~ prises comme 1 à Sin ZH & Sin ♈E à 1, ~~Sin~~ ou comme Sin ZH à 1 & 1 à Sin ♈E, n'importe, font toujours la raison de S.♈E à S.EH, d'où en convertissant, on tire

Le Sinus ZH du complément de la déclinaison d'un point H donné de l'ecliptique est au Sinus ZB du complément de l'obliquité de l'ecliptique ou plus grande déclinaison, comme le Sinus de EH l'arc de l'ecliptique compris entre ce point et l'equinoxe, est au Sinus de son ascension droite; ce qui réduit à quatre termes la ~~methode~~ formule pour trouver les ascensions droites

(l. 13) * Le cosinus AH de la déclinaison d'un point B donné de l'ecliptique est au cosinus de la plus grande déclinaison ou de l'obliquité de l'ecliptique, ~~est~~ comme le Sinus total est au Sinus K de l'angle BK formé en ce point par l'intersection de l'ecliptique et du méridien car la raison de Sin ♈K au Sin tot de l'arc KE quart de cercle, est composée des deux: ♈B Sin tot à Sin BZ et Sin ZA à Sin ZE tot, ou Sin ♈K : 1 :: Sin BZ : Sin ZA : 1, soit que vous preniez 1 : Sin BZ : Sin ZA : 1, soit Sin BZ : 1 :: 1 : Sin ZA, vous aurez ~~c'est à dire~~ toujours la raison de Sin ZA à Sin ZB. donc

Sin ♈K : 1 :: Sin ZA : Sin ZB mais ZA est l'ascension droite de l'arc ZB de l'ecliptique donc puisqu'on a par ce qui précède, Sin ZA : Sin ZB :: Sin complem de l'obliquité de l'eclipt : Sin AH, on aura Sin ♈K : 1 :: cosin obliq de l'eclipt. Sin AH, et par conversion, cos. de la declinaison AB d'un point B donné de l'ecliptique est au cosin de l'obliquité de l'ecliptique comme 1 est au Sin de l'arc ♈K mesure de l'angle formé en ce point par le méridien et par l'ecliptique formule qui n'est que de quatre termes, et qui donne Sin ♈K $= \frac{\text{r. cos oblig. de}}{\text{cos Declin}}$

la hauteur méridienne du point culminant, et EG distance de l'arc ascendant au point de minuit; donc on connaîtra le sixième arc TH qui sera la valeur de l'angle DEG oriental formé par l'intersection de l'écliptique et de l'horizon. ✱ pieuz l'angle oriental versoprécédent

Ch. XII. Fig. ~~7~~ 18

~~Ch. XII~~ 2°. Passant à la recherche des valeurs des points culminans de l'écliptique dans leurs diverses positions, Ptolemée démontre d'abord que deux angles BDE, BZA formés par l'écliptique et le cercle vertical ou de hauteur par les pôles de l'horizon, à égales distances d'un solstice, l'un à l'orient, l'autre à l'occident, sont égaux à deux angles droits. Soient d'abord (fig. 18) B le zénith dans le méridien, G le pôle de l'équateur, les arcs AZH de l'écliptique vers l'orient, ADE vers l'occident, Z et D étant également distants d'un solstice A, et du méridien, par des arcs égaux de leur parallèle, les cercles de hauteur BD, BZ, GD, GZ étant menés, les arcs BZ et BD sont égaux, à cause de leurs égales distances au méridien: ce qui rend l'angle BGZ égal à l'angle BGD; et les déclinaisons égales de part et d'autre sont GZ = GD. Et BG étant un côté commun aux triangles BGZ et BGD, il s'ensuit donc que BZ = BD, et que l'angle BZG = BDG. Donc les angles GDE, GZA étant égaux à deux angles droits, retranchant de l'angle GZA, l'angle BZG, ~~[illegible] BZA~~ au lieu duquel on ajoutera BDG, à GDE, ~~[illegible]~~, les angles BZA, BDE seront égaux à deux droits.

~~Ch. XII.~~

Fig. 19. G étant le zénith, B et A des points ~~[illegible]~~ plus austraux, le triangle GDE = GDH; AEZ est l'arc oriental de l'écliptique; BHT l'occidental. GE = GH; mais l'angle DEZ = DHB; DHB = GHD + GHB. Donc DEZ = GHD + GHB. Mais GHD = GED; donc DEZ = GED + GHB. Or GEZ = DEZ + GED; donc GEZ = 2 GED + GHB, et GEZ + GHB = 2 GED + 2 GHB. Mais DEZ + DHB = GHD + GHB + DHB, = GED + DHB + GHB = ~~ou = GED + GHB + GHB~~

GED + GHB + GHD + GHB = (GED + GHD = GED + GED) + 2 GHB, =

~~+ GHD, GHD = GED~~; donc DEZ + DHB = 2 GED + 2 GHB. Donc GEZ + GHB = DEZ +

2 GED + 2 GHB.

DHB ou = 2 DEZ. Par conséquent les deux angles du vertical et de l'écliptique des deux côtés du méridien, sont égaux au double de l'angle du méridien et de l'écliptique, lequel est l'angle horaire, quand ils sont plus austraux que le zénith.

Fig. 2° ~~19~~. G étant le zénith, B et A les points des angles sont plus boréaux que G; DEZ = DHB; DEK = DHL, Or LHB = DHL + DHB; donc LHB = DEZ + DEK. Donc LHB +

KEZ = DEZ + DEK + KEZ. Mais DEK + KEZ = DEZ = DHB; donc LHB + KEZ = 2 DEZ. Donc encore quand les deux points sont plus boréaux que le zénith, les angles formés par le vertical et l'écliptique, sont plus boréaux que le zénith, et valent le double de l'angle du méridien et de l'écliptique.

Fig. 21. G étant le zénith, A de l'arc oriental du vertical est plus méridional, et B de l'occidental, plus boréal, l'angle DHG = DEG; or DHG + DHL = 180^d; donc DEG + DHL = 180^d. Mais DEZ = DHB; ~~donc~~ GEZ = DEG + DEZ, LHB = DHL + DHB; donc GEZ + LHB = DEG + DHL + 2 DEZ. Donc GEZ = 2 DEZ + 180^d. Donc alors l'angle du vertical et de l'écliptique ~~vaut 180^d de plus que~~ le double de l'angle du méridien et de l'écliptique plus 180^d. ~~quand~~ quand A est plus austral, & B plus boréal.

Fig. 22. G étant le zénith, A de l'arc oriental de l'écliptique étant dans le méridien et plus boréal que G, et B, de l'occidental, plus austral: KEZ + GHB = DEZ + DHB − (DEK + DHG). Or DEG = DHG, DEZ = DHB, et DEK + DEG = 180^d. Donc KEZ + GHB = 2 DEZ − 180^d. Donc quand le point A est plus boréal, et B plus austral que G, l'angle du vertical et de l'écliptique vaut ~~180^d de moins que~~ le double de l'angle du méridien et l'écliptique moins 180 degrés. +

Fig. 23. L'angle AZE du vertical et de l'écliptique, et l'arc AZ entre le zénith A et le point culminant Z de l'écliptique sont connus par la déclinaison du point Z, et par la latitude donnée du lieu. On a donc l'angle AEZ. Et au point oriental E, par l'angle AED qui est droit, et AE = 90^d, On a l'angle DEH = DEG qui est droit − GEH qui est = AEZ, ce qui donne l'angle AEH cherché = AED + DEH; ~~et l'arc AE = 90~~.

Fig. 24. On pourra toujours connaître la quantité ou valeur de l'arc du cercle vertical depuis le zénith A pôle de l'horizon jusqu'à un point H donné de l'écliptique, par le moyen du point oriental T et du point culminant Z de l'écliptique. Le vertical coupant l'écliptique en H et l'horizon en F, nous cherchons l'arc AH: or nous connaissons BZ hauteur méridienne du point culminant donnée par la déclinaison et la latitude du lieu, qui est 36^d pour l'exemple donné par Ptolemée; HT distance du point H au point orient T; TZ distance du point culminant au point orient, ce qui fait connaître EH

1°. S AB : S BZ :: S AE : S EH
fig. 24

S HY : S YZ.

or AB & AE sont des quarts de cercle. BZ est la hauteur méridienne du point médiant du ciel, connue par la déclinaison et la latitude du lieu. HY est la distance du point H au point donné de l'ascendant, YZ est la distance du milieu du ciel au point de l'ascendant. donc EH sera connu, ainsi que son complément AH cherché. donc

Le Sin de l'arc de l'ecliptique entre les points orient et médiant, est au Sin de la hauteur meridienne du point médiant, comme le Sin de l'arc de l'ecliptique entre le point orient et le point donné de l'ecliptique, est au Sin de la hauteur de ce point. car (voyez la suite au verso suivant)

2°. Sin HE : S EK :: S HY : S YL
fig. 25

S LM : MK.

or HE est la hauteur du point donné connue par ~~ce~~ qui ~~les~~ précéde~~nte~~; EK est son complement; HY la distance du point donné à l'ascendant, YL son complement, MK un quart de cercle. donc LM sera connu, et LK restant du quadrans, ~~vit~~ ~~c'est~~ mesure de l'angle KHL deviendra connu, et ainsi l'angle AHY cher

inconnu, et par conséquent son complément AH cherché. Car par la règle des six quantités, qui sont ici BZ, et BA = 90°, TZ et TH, EH et AE = 90°, on a C.2ZB : C2BA :: $\left(\frac{C.2ZT}{C.2TH}\right) \cdot \left(\frac{C.2HE}{C.2EA}\right)$ auxquelles cordes Régiomontan substitue les sinus de ces mêmes arcs, ~~suivant la coutume~~. 1° + (vis à vis, au verso précédent)

Fig. 25. La même règle sert à trouver pour tout point quelconque de l'écliptique, l'angle qui y est formé par son intersection avec le vertical en ce point. Car si l'on cherche l'angle AHT, formé en H pôle du grand cercle KLM; A étant le pôle ou le zénith de l'horizon BETMD, EM = 90° = KM, HK = 90° = HL, KE = AH est l'arc de la plus grande déclinaison de ces cercles. Or on connaît ici cinq quantités dans quatre arcs qui s'entrecoupent; car HE est la hauteur méridienne du point H; KE est son complément; HT est la distance de ce point H au point orient T; TL est complément de HT, et MK = 90°. Donc par la règle des six quantités on trouvera LM en disant : C.2HE : C.2EK :: $\left(\frac{C.2HT}{C.2TL}\right)$ $\times \left(\frac{C.2LM}{C.2KM}\right)$. Connaissant LM, son complément LK valeur de l'angle KHL est connu : et l'angle AHT son supplément, s'obtient en retranchant KHL de 180°. ÷ 2°.

En disposant les signes et les angles dans chaque signe, de la manière suivante, on verra du premier coup-d'œil

1°. Que les angles des signes du Cancer et du Capricorne font ensemble 180 degrés en chaque ligne, c'est-à-dire le double de la première ligne ou de 90°.

2°. Que dans les autres signes, les angles de ceux qui sont également éloignés de la Balance et du Bélier, ont leurs sommes des angles orientaux et occidentaux, égales dans les lignes correspondantes horizontalement.

3°. Que les signes également éloignés ~~éloignés~~ du Bélier et de la Balance, sont, en les comparant lignes par lignes correspondantes, de haut en bas ou de bas en haut, supplément les uns des autres à deux angles droits.

4°. Que les angles du Bélier et de la Balance comparés ainsi par lignes correspondantes, sont supplément aussi les uns des autres, à deux ou quatre angles droits.

1° fin du corollaire donc (au verso préc... fig. 24.

car Soit m = Sin tot × Sin EH

& n = Sin tot × Sin BZ

par la régle de Soustraction ou dié...

$m : n :: S.HT : S.TZ$

or $m : n :: S.EH : S.HZ$ (par la 15e du 1...

donc $S.HT : S.TZ :: S.EH : Sin\,BZ$

& $S.BZ : S.EH :: S.TZ : S.HT$

~~par la 1 du livre 11. [illegible] T étant le pole du grand cercle qui passe par le point de la plus grande distance de l'ecliptique~~

ainsi, le Sinus de ~~TZ, Sinus total, est au Sinus~~ $HE = \frac{S.HT \times S.TZ}{S.BZ}$.

or $AH = 90^{d} - HE$, donc

Sin AH = ~~[illegible]~~ $r - \frac{S.HT \times S.TZ}{S.BZ}$

Cancer	Capricorne.
90	90
180	180
180	180
180	180
180	180
180	180
180	180

pour le Lion. 1	Vierge. 2.	Balance. 3.	Scorpion. 4.	Sagittaire 5.
102. 30	111. 0	113. 51.	111.	102. 30
205. 0 double	222. d.	227. 42. d.	222.	205.
25. 0 d. − 180	42. d. − 180	47. 42. d. − 180	42.	25.
25.	42.	47. 42.	42.	25.
25.	42.	47. 42.	42.	25
25	42.	47. 42.	42	25
25	42.	47. 42.	42.	25

pour les Gémeaux. 1	2 Taureau.	3. Bélier.	4. Poissons.	5. Verseau.
77. 30.	169	66. 9	69.	77. 30
155. d.	138 + 180.	132. 18	138.	155.
335. = 180 + 155	318 − 180	132. 18	138.	155.
155.	138.	132. 18 · 180	138.	155.
155.	138	312. 18 − 180	138.	155
155.	138	132. 18	138. + 180	155
155.	138.	132. 18.	138. + 180	155.

On peut, pour les autres parallèles, disposer les signes et les angles, comme je viens de le faire pour celui de Méroë, afin de reconnaître plus aisément par ce moyen ~~qu'indique Monsieur Delambre, les fautes qui se sont glissées dans la transcription de ces tables~~ les fautes commises dans les tables.

Mais cela ne suffirait pas pour décider de quel côté serait une faute reconnue. Il faut y joindre ~~et~~ le calcul ~~de Ptolémée ou plutôt celui de Monsieur Delambre, infiniment plus sûr et plus exact~~, pour attribuer la faute ou à l'angle oriental, ou à l'angle occidental.

~~C'est~~ par ces procédés que Ptolémée a dressé une table de tous ces angles, pour les climats ou parallèles depuis Méroë d'Ethiopie jusqu'aux bouches du Borysthène, c'est-à-dire pour 30°. d'intervalle.

D.C.

~~Analyse du~~ livre troisième ~~de~~ ~~abrégé par~~ ~~l'Almageste faite d'après Ptolemée et l'abrégé latin de J. Muller (Regiomontanus)~~.

~~par~~
~~N. Halma?~~

Ch. 1°. Les anciens observaient les équinoxes et les solstices par le moyen de leurs armilles disposées de manière que l'équateur en était placé dans le plan de l'équateur céleste, l'écliptique dans celui de l'écliptique céleste, et ainsi des autres cercles. C'est pourquoi dans l'équinoxe, l'ombre de la demi-circonférence de l'équateur, de laquelle la convexité était tournée vers le Soleil, devait couvrir exactement la surface concave de l'autre demi-circonférence. Et dans un solstice, l'ombre de la demi-circonférence de l'écliptique dont la convexité était tournée vers le Soleil, devait couvrir entièrement la surface concave de l'autre demi-circonférence: et l'heure à laquelle ces phénomènes arrivaient, était celle des équinoxes ou des solstices.

Ch. 2°. La longueur de l'année fut estimée d'abord par le retour du Soleil aux mêmes étoiles. Mais le mouvement de celles-ci rend cette détermination fautive. Hipparque et Ptolemée l'ont donc mesurée par l'intervalle des solstices ou des équinoxes. Mais leurs instrumens peu exacts, défectueux ou dérangés, ne leur permettaient pas de la trouver bien juste et bien précise. L'équinoxe d'automne observé par Hipparque 178 ans après la mort d'Alexandre à minuit ~~et demi~~ du 3 au 4 des Epagomènes était comparé avec celui que Ptolemée a observé 463 ans après cette mort, à une heure après le lever du Soleil, le 9 Athyr qui est le troisième mois égyptien, offre un intervalle de 285 ans 70 jours $\frac{1}{4}\frac{1}{20}$ qui font 6 heures et $\frac{4}{5}^h$ pendant lesquels il y a eu 285 retours du Soleil. Or si l'année était de 365¼ jours, il y aurait eu 285 ans 71 jours 6 heures. Donc la longueur de l'année est moindre que 365 jours 6 heures. La différence

X p. 41
ptolemée a trouvé la même quantité
par plusieurs observations faites de la
même maniere, surtout par la com-
-paraison de deux équinoxes du pri-
intemps observés l'un par hippar-
-que et l'autre par lui même celle-ci
n'est pas rapportée par Regiomontan;
ensuite, albategni dans l'année
de 206 depuis la mort d'alexandre
de c'est à dire 743 ans après Ptolem
comparant son observation a
celles de ptolemée, trouva qu'en 106
ans il manquoit un jour au nom-
-bre de ceux que font 106 années,
parceque chacune est composée de
365 jours un quart, moins la cent-
sixiéme partie d'un jour laquelle
fait 13 minutes d'heure et $\frac{3}{5}$ de
minute. car l'observation d'al-
bategni s'est faite 743 années égyp-
tiennes 178 jours et demi et un
quart, moins $\frac{2}{5}$ d'heure, après
l'observation rapportée ci-dessus
de l'equinoxe d'automne. ptolemée
avoit observé à alexandrie, et albat-
tegni observoit à aracta qui

est de 10 degrés plus orientale.
L'equinoxe d'albategni se fit 4 heures
~~avant~~ $\frac{3}{4}$ environ avant le lever
du Soleil relativement à ~~au~~ son mé-
-ridien; ~~de ptolemée~~ ~~mais~~ Mais l'equinoxe de ptolemée une heure $\frac{2}{3}$ après
ce lever relativement au méridien
d'albategni. ainsi il y ~~aura~~ eut dans
l'intervalle environ 17 ~~4~~ heures $\frac{3}{5}$ ~~est~~ ~~qui retranchés de~~ car $24^h - (4\frac{3}{4} + 1\frac{2}{3}) = 6\frac{5}{12}$; $= 17^h\,5\frac{7}{12} = 18^h - \frac{2}{5} = 17^h\frac{3}{5}$
plus des jours entiers. Or 743 années
Solaires, ~~étant~~ chacune ~~est~~ de 365 jours et
un quart, donnent pour 743 années égyp-
tiennes (de 365 jours seulement) 185 jours 18 heures ~~diff~~
qui surpassent les 178 jours 17 heures $\frac{3}{5}$ ~~l'intervalle de~~
de 7 jours 24 minutes, qui divisés
par 743 années solaires donnent
$13\frac{3}{5}$ minutes de moins que $365\frac{1}{4}$
jours pour chacune. ce qui fait
365 jours 5 heures $46\frac{2}{5}$ minutes, ~~Thebith~~
~~attribue~~ pour la longueur de l'année.
Thebith attribue cette diversité de
résultats trouvés dans la longueur
de l'année par différentes personnes,
avec de pareils instrumens pourtant,
à un mouvement ~~de trépidation~~
de la huitieme sphère, auquel nous
donnons le nom de trépidation, sur
deux petits cercles que parcourt la
tête du bélier et de la balance. et ~~par~~

il explique par cette Supposition
tant les ~~variations des declinaisons~~ changemens d'obliquité
de L'ecliptique, que les variations
dans la durée de L'année, comme
on le voit en ~~examinant~~ calculant
~~par~~ d'après ce mouvement. c'est pourquoi
il dit que la durée de l'année
n'est pas le temps d'un équinoxe
au Suivant, ni d'un Solstice au
plus prochain; mais que c'est le
retour du Soleil depuis un
point de L'ecliptique, à ce même
point, ou son retour depuis une
étoile ~~fixe~~ à cette étoile, et il ajoute
que ce retour se fait en 365 jours
6 heures 9 minutes 12 secondes. ×

$23\frac{4}{5}$ heures $= \frac{19}{20}$ jour à peu près, donne le rapport de 19 à 20, égal à celui de 285 à 300. D'où Ptolemée conclut qu'en 300 années solaires, il manquerait un jour au nombre de ceux qui feraient 300 ans si l'année était de $365\frac{1}{4}$ jours, et que par conséquent il s'en fallait d'un 300.e de jour que l'année n'eût $365\frac{1}{4}$ jours juste. ✕ Cette durée de l'année ~~exprimée~~ ainsi établie par plusieurs ~~par d'autres~~ observations d'equinoxes et de solstices, ✕ fait connaître le temps pendant lequel le Soleil parcourt 360.^d par son mouvement moyen. En divisant 360 degrés par le nombre de jours et fractions de jour, on a le mouvement moyen pour un jour, et proportionnellement, pour une heure, pour un mois et pour 18 ans. Ptolemée a dressé une table de ces mouvements moyens du Soleil, pour les Astronomes.

¶. 3°. Le mouvement peut se faire de deux manières, ou dans un cercle excentrique, ou dans un cercle concentrique portant une épicycle. (fig. 1) EZ est l'excentricité de l'excentrique et du monde ou de la terre pour Ptolemée; A est l'apogée, et D le périgée. Le Soleil en parcourant d'un mouvement égal, uniforme ou moyen ce cercle excentrique, paraîtra se mouvoir inégalement autour de la terre. Car soient les arcs égaux AB, GD. Les angles AEB, GED sont égaux. Mais AEB > AZB, et GED < GZD. Donc GZD > AZB. Ainsi, quoique les arcs opposés aux angles GZD, AZB soient en eux-mêmes égaux pour le centre E, ils ne le sont pas pour le centre Z. Le Soleil paraîtra au centre Z aller plus vite sur GD que sur AB, dans le périgée, que dans l'apogée, parceque l'angle GZD est plus grand que l'angle AZB. Donc dans l'excentrique le mouvement apparent dans l'apogée emploie plus de temps que dans le périgée.

Le centre A de l'épicycle (fig. 2) parcourant le cercle concentrique à la terre, E, par son mouvement moyen, pendant que l'astre, dans le même sens, parcourt l'épicycle, il ajoute l'arc ZH de l'épicycle parcouru par l'astre, dans l'apogée, à l'arc AH du concentrique du mouvement moyen du centre A de l'épicycle; et quand l'astre parcourt l'arc TK pendant que le centre A parcourt le concentrique par le mouvement moyen, dans le périgée, ils vont en sens contraires, et l'arc TK est retranché de l'arc AH. Donc encore dans l'épicycle le mouvement apparent dans l'apogée emploie plus de temps que dans le périgée. Mais si comme dans les astres qui ont deux anomalies, l'astre va de Z en K pendant que A va de

A en H, il mettra moins de temps dans l'apogée Z que dans le périgée T, puisque dans l'apogée il avancera de la différence de ces arcs, et dans le périgée, de leur somme.

(Dans l'excentrique (fig. 3), les arcs TB et BK étant égaux, les angles TEB et BEK sont égaux. Mais l'angle KZB est plus grand que l'angle BZT. En effet, TDZ > DTZ, ~~ETD=EDT~~ ou EDZ > ETZ, EDZ = EBZ. Donc EBZ > ETZ. En outre, EKD = EDK, EKD = EKZ + ZKD, EDK = EDZ + ZDK, EKZ + ZKD = EBZ + ZDK. Or ZKD > ZDK, donc EBZ > EKZ. Donc, de tous les angles qui sont appuyés sur la ligne d'excentricité, le plus grand a son sommet au point de l'excentrique, marqué par la perpendiculaire au diamètre, laquelle passe par le centre Z de l'écliptique.
Donc BZ étant perpendiculaire en Z, azb = bzg;
Or AZB = ~~BEG + EBZ, BEG + EBZ~~ = AEB − EBZ ~~AEB = AZB + EBZ~~. Et BEG = ~~AZB~~ BZG − EBZ, ~~AZB~~ or
azb + beg = aeb + bzg − 2 ebz ; ~~Mais~~ ~~[illegible]~~ azb = bzg,
~~= AEB − EBZ~~, donc BEG = AEB − 2EBZ, et AEB = BEG + 2EBZ. Donc dans l'apogée de l'excentrique, l'anomalie double est jointe au mouvement moyen : ce qui y rend le mouvement apparent plus long que dans le périgée.

(Dans l'épicycle, l'arc EH (fig. 4) étant parcouru par le mouvement irrégulier, l'arc KH = l'arc AG du concentrique, est la plus grande différence des mouvemens : les triangles rectangles TAD, AHD, sont semblables. **Donc l'angle KAH = ADH, donc KH = AG.** Or EAH = EAT + TAH ~~; mais l'arc EKH = EK + KH, et~~ **= EAT + ADH.**
EH = EK + KH,
l'arc ZH = EK − KH ; donc ZH = EKH − 2KH. Et EKH = ZH + 2KH. Donc dans l'apogée de l'épicycle, l'anomalie double est jointe au mouvement moyen, et rend par là le mouvement apparent plus long que dans le périgée. Ainsi l'arc depuis l'apogée jusqu'au moyen mouvement, est plus grand que l'arc depuis le moyen mouvement jusqu'au périgée, et celui du périgée au moyen mouvement plus petit que du moyen mouvement à l'apogée ; et par conséquent l'anomalie s'ajoute au mouvement moyen depuis le périgée jusqu'à l'apogée, et se retranche depuis l'apogée jusqu'au périgée.

f. 5 Les arcs AB, EZ du concentrique et de l'excentrique égaux étant égaux à cause de l'égalité des mouvemens sur ces deux cercles, et l'excentricité égale au rayon de l'épicycle, le quadrilatère BZTD a ses côtés opposés égaux, et les angles BDA et ZTE sont égaux entr'eux et à l'angle KBZ de l'épicycle. Ainsi le mouvement apparent se détermine par la diagonale DZ, et le lieu apparent de l'astre sera toujours en Z. Or il n'y a qu'une seule et même différence entre le mouvement moyen et le mouvement apparent ; car dans l'excentrique elle est

égale à l'angle TZD, et dans l'épicycle à l'angle BDZ ~~alterne-interne~~. Donc l'astre parcourt également KZ ou EZ pour répondre au point Z, soit dans l'épicycle, soit dans l'excentrique, tandis que l'épicycle va de A en B (fig. 6): et cela est vrai non-seulement pour le cas où le concentrique et l'excentrique sont égaux, mais encore s'ils sont inégaux, pourvu que les rayons de l'excentrique et du concentrique aient entr'eux la même raison que l'excentricité et le rayon de l'épicycle. Car soit D le centre du concentrique, et K celui de l'excentrique plus grand que le concentrique. Puisque TK : KD :: DB : BZ :: MN : DN ; BZD = MDN, et les angles ADB, AKT, ANM sont égaux ; donc les arcs AB, HT, LM sont semblables et parcourus dans le même temps. D'où il suit que la différence des mouvemens produite par l'anomalie, est la même dans les arcs opposés AB et GD entre l'apogée A et le périgée G. Car dans l'excentrique (f. 7.) ~~(fig. 7)~~ l'angle AZB = GZD, et EBZ = EDZ. Or AZB = AEB − EBZ, et GZD = GED + EDZ. Donc le mouvement angulaire AZB apparent depuis l'apogée, diffère du moyen AEB d'une même quantité angulaire EBZ, que le mouvement apparent GZD depuis le périgée. ~~Donc~~ car AEB − EBZ = GED + EBZ, et GED = AEB − 2 EBZ. & AEB = GED + 2 EBZ du triangle isoscèle HAZ.

(Dans l'épicycle (fig. 8) l'angle DZA = l'angle ZHA. Or l'angle DZA est celui du mouvement apparent = EAZ − EDZ, puisqu'il est égal à la différence du mouvement moyen et de l'anomalie, depuis l'apogée ; et l'angle ZHA est celui du mouvement apparent depuis le périgée, et il est = ~~ADZ~~ EDZ + HAD, puisqu'il est égal au mouvement moyen et à l'anomalie ; donc DZA et ZHA ont également l'arc AB pour la différence causée par l'anomalie entre l'apogée et le périgée. Et parceque EAZ = DZA + ADZ, = ZHA + ADZ, ~~ZD = EAZ − ADZ~~, ZHA = HAD + ADZ. Donc EAZ = HAD + 2 ADZ, ou HAD = EAZ − 2 ADZ.

N. 4°. Hipparque a trouvé que l'intervalle de l'équinoxe (fig. 9) du printems au solstice d'été comprenait 94½ jours, et que du solstice d'été à l'équinoxe d'automne, il n'y avait que 92½ jours. Ptolemée assure qu'il a trouvé les mêmes quantités : ce qui lui a servi à calculer l'excentricité et l'apogée. A cause de l'intervalle de ces deux équinoxes, plus grand que la moitié de l'année, l'apogée est dans la moitié ABG de l'écliptique ; et à cause de l'intervalle de l'équinoxe A du printems au solstice d'été B, plus grand que

† albategni trouva l'excentricité
de 2 parties 4 minutes 45 secondes,
l'arc BH de 7 degrés 43 minutes.
arzachel, quoiqu'il donne un
mouvement moyen différent, a
pourtant trouvé la même excentricité
qu'albategni, mais il a trouvé l'arc
BH de 12 degrés 10 minutes. ce qui
paroit étonnant, en ce qu'arzachel
fut postérieur à albategni. ainsi
albategni dont l'observation est
digne de foi, a trouvé depuis
l'equinoxe du printemps jusqu'au
~~celui d'automne 186 jours 14 heures~~ solstice d'été
~~45 minutes~~ 93 jours 14 heures;
mais de l'equinoxe du printemps
à celui d'automne 186 jours
14 heures 45 minutes. c'est pour-
quoi il a fait la plus grande
équation du soleil, égale à 1 degré
59' 20". arzachel 193 ans après alba-
-tegni, a fait 402 observations dans
les points moyens entre ceux des
solstices et des équinoxes, et il a trouvé
que BH étoit de 2 ~~parties~~ degrés 10 minutes.

celui de ce solstice à l'équinoxe d'automne G, l'apogée est dans le quart de cercle AB. Soit HZ passant par le centre Z de l'excentrique TKL et par le centre E de l'écliptique. Pour avoir la valeur de l'excentricité ZE, et de l'arc BH de la distance du solstice à l'apogée, la table du mouvement moyen du Soleil donne en degrés, ceux de l'arc TK et ceux de l'arc KL dont on connaît les jours. Or PT = PL, et PN = 90^d. ~~PO~~ Donc PT − PN = NT = OL. De même KL − OL = OK, ~~PO = 90~~. Donc PO = OK + PK, et PK = PO − OK. Les doubles des arcs NT et PK seront donc connus, et les cordes de ces arcs doubles UT et CK seront données par la table des cordes. Je prends les moitiés de ces cordes (lesquelles moitiés sont aujourd'hui nommées sinus); elles sont égales à ZR et à RE côtés de l'angle droit du triangle rectangle ZRE ou ZXE, et j'en conclus la valeur de l'hypoténuse ZE qui est l'excentricité cherchée, en parties du rayon de l'excentrique, c'est-à-dire de 2^P. 29' ½ des parties dont ce rayon en contient 60, ou comme 1 est à 24. Quant à l'apogée, dans le triangle ERZ on connaîtra l'angle ZER dont la valeur est celle de l'arc HA distance de l'apogée à l'équinoxe du printemps, ou du 1^r. du Bélier. ~~que~~ Ptolemée l'a trouvée de 65^d. ½, comme Hipparque l'avait déjà trouvée avant lui. Ptolemée en conclut que l'apogée est immobile et fixe relativement aux points équinoxiaux. ✝.

L'angle DBE (fig. 10) inscrit à la circonférence de l'excentrique et dont les côtés passent par les centres D et E de l'excentrique et de l'écliptique, est l'angle de la plus grande anomalie, ou différence des mouvemens moyens et apparens selon la figure 8, où il a été prouvé que tout autre angle ETZ ou EKZ est plus petit que EBZ qui a son sommet au point de la circonférence déterminé par la droite menée au centre de la terre ou de l'écliptique perpendiculairement au diamètre qui passe par ce centre et celui de l'écliptique. Or on connaît le rapport $\frac{1}{24}$ de DE à DB: on connaîtra donc dans ce triangle rectangle, l'angle DBE cherché, qui fera connaître l'angle ADB qui est celui de la plus grande distance de l'astre à son apogée. Ptolemée a trouvé l'angle DBE de 2^d. 23' pour la plus grande différence produite par l'anomalie. Donc ADB = 92^d. 23' depuis le point A qui est l'apogée. La même chose se prouve par la figure 11 de l'épicycle où tous les rapports sont conservés les mêmes que dans l'excentrique, et où les résultats se trouvent par conséquent les mêmes.

5.° Un angle ETZ ou l'arc EZ (fig. 12) de l'excentrique, du mouvement moyen, étant

doun
l'écl
bieu
comm
TK
diff
ADE
-ve
mou
dou
ZT
l'a
Z
DT
-ri
ég
co
de
l'a
et
ra
co
ra
l'a
u

donné depuis l'apogée E, l'angle du mouvement apparent sera EDZ ou son arc AB sur l'écliptique; et sa différence d'avec le mouvement moyen sera l'angle DZK cherché dans le triangle rectangle en K. Or l'angle T de ce triangle est connu: ce qui donne l'angle D. On connaît TD l'excentricité, et son rapport $\frac{1}{24}$ à TZ rayon de l'excentrique, ce qui fait connaître TK et KD. On connaîtra donc par KD la valeur de l'angle DZK, et par cet angle, la différence entre l'arc EZ et l'arc AB, ou entre l'angle ETZ du mouvement moyen et l'angle ADB du mouvement apparent.

Si au lieu d'un angle ETZ du mouvement moyen, c'est un angle ADB (fig. 13) du mouvement apparent qui est donné, celui-ci servira à faire connaître l'angle ETZ du mouvement moyen; car, dans le triangle rectangle DLT, l'angle D est connu; on connaîtra donc le rapport de DT excentricité à DL et LT, et par suite, de ZT à TL en parties du rayon ZT: ce qui fera connaître l'angle TZL, et par conséquent l'angle extérieur ETZ.

Enfin, si c'est l'angle TZL de l'anomalie qui est connu, on connaîtra par son moyen l'angle ADB du mouvement apparent, et par suite l'angle ETZ du mouvement moyen. Car Z étant connu, on a le rapport de TZ à TL. Or celui de TZ à TD est connu; donc celui de DT à TL sera connu: ce qui donnera l'angle LDT = EDZ, et par conséquent l'angle extérieur ETZ = EDZ + TZL.

Dans l'épicycle, l'arc BA (fig. 14) du mouvement moyen sur le concentrique, étant égal à EZ de l'épicycle, on cherche l'angle ADZ de l'anomalie. L'angle KAZ est connu: on a le rapport $\frac{1}{24}$ de AZ à AD; on connaîtra donc celui de AZ à AK, et celui de DK à KZ, et enfin celui de DZ à KZ en parties du rayon DA: ce qui fera connaître l'angle ADZ cherché. Donc, si c'est BZA angle du mouvement apparent qui est connu, et qu'on cherche EAZ du mouvement moyen; dans le triangle rectangle ZAL on aura le rapport de ZA à AL, et par là celui de DA à AL: ce qui donnera l'angle ADZ, et par conséquent l'angle extérieur EAZ cherché.

Enfin si l'on connaît l'angle ADZ (fig. 15) de l'anomalie; connaissant par le rapport $\frac{1}{24}$ de AZ à AD, celui de AZ à AL en parties du rayon AD, ce qui fera connaître l'angle AZL du mouvement apparent, et par conséquent l'angle extérieur du mouvement moyen EAZ égal à la somme des angles ADZ donné et AZL trouvé; cela donne les mêmes

valeu

-chi

l'au
(
on c

celui

suppo

pu
et p
de n

là
F

éta

de

de

KH

-m

la

co
De
le
(

x p

D

Do

q
nu

valeurs pour ces angles, dans l'épicycle que dans l'excentrique.

Pour connaître également ces trois angles depuis le périgée; l'un d'eux étant donné, cherchons d'abord (fig. 16) dans l'excentrique EHZ l'angle DZT d'anomalie, par le secours de l'angle HTZ donné de mouvement moyen depuis le périgée H ~~K~~. Dans le triangle rectangle DTK, on connaît DT = $\frac{1}{24}$ de TZ; on connaîtra donc le rapport de DT à TK et à DK: ce qui fera connaître celui de ZK à KD, et celui de KD à ZD, et par conséquent l'angle extérieur ZDH de mouvement apparent = DZT + HTZ.

Si au contraire c'est cet angle ZDH qui est donné (fig. 17), on aura le rapport de DT à TZ, puis TDZ = 180 − HDZ puis l'angle TZD par lequel on a ~~le rapport~~ ~~et par là celui de ZT à TL: ce qui fera connaître l'angle Z d'anomalie, et par suite~~ l'angle de mouvement moyen HTZ = HDZ − DZT.

Enfin si c'est l'angle d'anomalie Z qui est donné, on aura la raison de ZT à TL, et par là celle de DT à TL et à LD, ce qui donnera l'angle DTL. Or GDB = TDL = 90° − DTL, et DTZ = GDB − DZT.

(Dans l'épicycle porté sur le concentrique AG (fig. 18), l'arc TH de mouvement moyen étant donné depuis le périgée T, ainsi que son angle TAH, on cherche l'arc AB ou l'angle ADB de l'anomalie. Dans le triangle rectangle KAH, on connaît l'angle A et l'hypoténuse AH = $\frac{1}{24}$ de AD: on connaîtra donc le rapport de AH à HK et à KA; ainsi on connaîtra celui de DK à KH: ce qui fera connaître l'angle ADB d'anomalie. Or ADB + TAH = AHL, angle du mouvement apparent, fig. 19.

Si c'est l'angle ADB d'anomalie, ou l'arc AB du zodiaque qui est donné; on connaît la raison de AD à AL, et aussi par AH = $\frac{1}{24}$ AD, ~~ainsi~~, dans le triangle rectangle HAL, celle de HA à AL, et par conséquent AL en parties de AD. On connaîtra donc l'angle AHL du mouvement apparent dans l'ecliptique ~~dans le zodiaque ou concentrique~~, et par suite l'angle de mouvement moyen TAH = AHL − ADB.

Enfin AHL, mouvement apparent, étant donné, on trouve par les rapports connus de AH à AD et à AL, l'angle ADB d'anomalie, et l'angle de mouvement moyen HAT = AHL − ADB.

Donc, dans l'épicycle, on trouve les mêmes valeurs que dans l'excentrique, pour ces trois angles dont un est donné.

(Donc, généralement, soit dans l'hypothèse de l'excentrique, soit dans celle de l'épicycle, étant donné depuis l'apogée ou depuis le périgée un des trois angles, ou du mouvement moyen, ou du mouvement apparent ou de l'anomalie; les deux autres seront connus par son

moyen. Et une autre conséquence générale et importante, c'est que dans l'excentrique comme dans l'épicycle, depuis l'apogée, ~~le mouvement~~ apparent ou vrai est égal au mouvement moyen moins l'anomalie; car (fig. 12 de l'excentrique) ADZ mouvement apparent = ETZ mouvement moyen − DZK anomalie ou inégalité; et (fig. 14 de l'épicycle) ADB mouvement apparent = EAZ mouvement moyen − AZD anomalie.

Mais depuis le périgée, le mouvement apparent ou vrai est égal à la somme du mouvement moyen et de l'anomalie ou inégalité; car (fig. 16 de l'excentrique) ZDH mouvement apparent ou inégal = HTZ mouvement moyen + DZT anomalie; et (fig. 18 de l'épicycle) AHL mouv. ap. = TAH mouv. moy. + ADH anomalie. Et cela confirme et démontre pleinement ce qui a déjà été dit, savoir: que l'anomalie est additive du périgée à l'apogée, et soustractive de l'apogée au périgée. Sur ces principes est calculée la table de l'anomalie du Soleil pour servir à la correction du mouvement moyen.

6°. L'apogée A (fig. 20) étant immobile et à $65^d.\frac{1}{2}$ du Bélier, en $5^d.\frac{1}{2}$ des Gémeaux, le périgée G est en $5^d.\frac{1}{2}$ du Sagittaire, et l'équinoxe d'automne B en 1^d. des Serres ou de la Balance étant ainsi à $65^d.\frac{1}{2}$ du périgée, l'angle BDG du mouvement apparent ou vrai dans l'écliptique, est donc de $65^d.\frac{1}{2}$, et l'angle ZTH du mouvement moyen = BDG − TZK anomalie = $65^d.\frac{1}{2} - 2^d.\frac{1}{6}$. Car TZK est opposé à TK qui égale $\frac{1}{24}$ de TZ. Donc ZTH = $63^d.20'$, valeur de l'arc ZH de l'excentrique, duquel arc le Soleil par son mouvement moyen s'est avancé depuis le périgée, ou de $116^d.40' = 180 - 63^d.20'$ depuis l'apogée suivant les signes, lors de l'équinoxe d'automne. Car depuis le périgée jusqu'à l'apogée, l'anomalie est additive comme ici. Or Ptolemée a observé un équinoxe d'automne le 7 d'Athyr à 2 heures équinoxiales après midi, l'an 17 d'Adrien: alors le Soleil était donc à $116^d.40'$ de l'apogée, ou en $2^d.10'$ de la Balance par son mouvement moyen, ou au 1^d. par son mouvement vrai. Mais depuis la 1re année de Nabonassar, il y avait 879 ans, 66 jours et 2 heures pendant lesquels le Soleil avait parcouru de mouvement moyen, en sus des circonférences entières, $211^d.25'$. Retranchant ces $211^d.25'$ de $116^d.40' + 360^d$, restent $265^d.15'$ pour la distance du Soleil à son apogée, dans la 1re année de Nabonassar, en $0^d.45'$ des Poissons. Car $\begin{matrix}30\\-5\frac{1}{2}\end{matrix}$ ♊ = $24\frac{1}{2}$ ♊, $\left\{\begin{matrix}265\frac{1}{4}\\-24\frac{1}{2}\end{matrix}\right. = \frac{240^d\frac{3}{4}}{30} = 8.\overset{\text{signes}}{4}\ 0^d.\frac{3}{4} = 45'$ ♓, époque du Soleil, l'an 1er de Nabonassar.

~~7°. Le lieu vrai du Soleil pour un temps quelconque, se trouve en prenant dans la~~

Régiomontan ou purbach ajoute ici

que cette observation de Ptolemée
~~s'estant faite 131 ans égyptiens 301 jours~~
a été faite 131 ans égyptiens
301 jours 2 heures 25' après le com
mencement des années de J.C. car
dit il, depuis le commencement
de celles de nabuchodonosar
jusqu'à celui des années de J.C, il
s'est écoulé 747 années égyptiennes
et 130 jours, qui sont pour le ~~toujours si cela est~~
quart en sus de ces années c'est
~~faite~~ plutot 186 jours ~~pour~~ 747 ans. Les 679
424 ans de nab. a alex. m.
294 d'alex. à aug. le 1er thoth
161 d'aug. à l'an 17 d'adr. ~~+ 60~~

total 679 ans 282 jours 2 heures.
747 186
132 ans égyptiens 96 j. 2 h. d'où je retranche 34 jours pour réduire en ans juliens restent 132 ans 66 j. 2h.

réduits en ans égyptiens font 879 216 j. avec 60 font 282 jours

~~301 j 2h 25~~ ~~ce que le dit~~ ~~Regiomontanus~~ ~~qui compte~~ ~~par conséquent~~ ~~300 jours de~~ naissance l'époque de cette observation

7°. Le lieu vrai du Soleil pour un temps quelconque prenant dans la table de ses moyens mouvemens, les degrés et minutes pour le nombre d'années et jours écoulés depuis cette époque de Nabonassar jusqu'au temps en question : puis, les ajoutant aux 265.^{d} 15' de cette époque, on en retranche tous les 360^d. pour les révolutions entières, et le reste compté depuis les 5^d. 30' des Poissons, donne le lieu moyen du Soleil. Ensuite ce reste s'augmente ou se diminue de l'anomalie prise dans sa table pour le nombre qui exprime ce reste, suivant qu'il est entre le périgée et l'apogée, ou entre l'apogée et le périgée, et l'on obtient ainsi le lieu vrai du Soleil pour Alexandrie d'Egypte ; car pour tout autre point de la terre, il faudrait réduire l'époque du Soleil de la 1.re année de Nabonassar, au méridien de ce point, ainsi que les autres époques rapportées par Ptolemée.

+ ⊙ +

~~8°. La [illegible] naturels~~ [illegible]

~~du Soleil [illegible] les jours~~

~~le Soleil est sur l'horizon varient [illegible]~~

~~l'ascension [illegible]~~

~~jour depuis l'équinoxe [illegible]~~

~~[illegible]~~

⊙ + ⊙ bien bien bien bien ci-dessus

~~[illegible] différence [illegible]~~

est avant le Solstice d'été et l'autre après celui d'hiver.

les ascensions obliques variant suivant la différence des horizons partout, ~~[illegible]~~

mais la cause de l'inégalité des jours, qui,

~~[illegible]~~

provient de la différence des ascensions

~~[illegible]~~

droites qui se font relativement au méridien, ou

~~quantaux~~ passages par le méridien étant la même pour tous les lieux, ~~[illegible]~~

il est plus commode de commencer le jour au mo

~~[illegible]~~ les jours astronomiques se comptent

ment ~~midi~~ où le Soleil est au méridien. ainsi,

de midi à midi, et non d'un lever ou coucher du Soleil, au lever ou coucher suivant.

Pour déterminer les différences ascensionelles ~~des ascensions~~ ~~droites et obliques d'un arc de l'écliptique,~~ soit BC (f. a) le quart de l'ecliptique depuis le commencement du belier jusqu'à celui de Cancer ; BG le quart adjacent de l'équateur, DCG le quart du colure qui passe par les deux Solstices, D le pole de l'équateur,

l'arc GcA sera la plus grande déclinaison, & son complément sera cAD. Soit entre le sinus de l'arc GD & le sinus de l'arc DcA un sinus moyen proportionel dont l'arc soit DA. faisons passer par cA ~~le cercle~~ un parallèle qui coupe l'arc de l'ecliptique en E, je dis que E est le point où est la plus grande différence entre l'ascen~~sion oblique~~ de l'arc de l'ecliptique lequel se termine ~~ra~~ ~~La section~~ en ce point, et son ascension droite ~~[illegible]~~ menant le quart de cercle DEL qui coupe l'equateur en L, ~~[illegible]~~ je prends de part et d'autre de E des points Z & M par où passent les quarts de cercles DZK & DMY, et du point partent deux arcs EcM perpendiculaire sur DZ, et EN perpendiculaire sur MY. il faut prouver que la différence de EB à BL est plus grande que la différence de ZB à BK, plus grande aussi que la différence de MB à BY.

~~La~~ première de ces deux assertions

⊙♃⊙ Les jours naturels
~~Les jours civils~~ étant inégaux ne
peuvent ~~servir~~ étac à à de mesure ~~pour~~ des
~~les~~ mouvemens Célestes. il a donc
fallu avoir recours, ~~au recou~~
d'autres jours qui fussent égaux ~~au~~
~~Soleil, la [illegible]~~ par ce moyen
entr'eux ~~certain nombre de~~
~~[illegible]~~ Le
une année Solaire est ~~divisé~~
~~révolutions et [illegible]~~ fait sa
temps ou l'équateur ~~[illegible]~~ ~~des jours de l'année~~
~~par celui~~
révolution autant de fois qu'il
~~l'année~~ y a d'unités dans le
nombre des jours de l'année
trouvée par la proposition
2° de ce Livre; en y ajoutant
une révolution qui se fait avec
le mouvement du Soleil en
un an, par le Soleil. divisant
le nombre des révolutions par
le nombre des jours de l'année
on trouve pour résultat la grandeur du jour
moyen, c'est à dire une révolu-
tion de l'équateur avec l'addition
de 59' 8" de l'équateur selon la quan-
tité du moyen mouvement du Soleil
par jour. et comme ces additions sont
égales, les jours moyens sont égaux. Les
jours naturels sont donc différens les uns
des autres, et différent des jours moyens, quoique
de peu d'un jour au suivant

Le jour naturel est le temps de la révolution du Soleil par le mouvement du premier mobile dans laquelle il fait un tour entier ~~le l'equateur qui~~ ~~[illegible]~~ depuis un point de l'horizon ou depuis le méridien, jusqu'à ce point ou le méridien; c'est donc ~~le temps d'une~~ ~~c'est autre celle~~ révolution de l'équateur avec l'arc ou ~~[illegible]~~ la portion de l'équateur laquelle correspond à l'arc de l'ecliptique ~~le~~ auquel ~~que~~ le Soleil ~~parcourt~~ s'avance ~~à la direction d'un~~ en sens contraire ~~pendant cette~~ laquelle l'équateur va pendant ce temps. Or cet arc ajouté à la révolution de l'équateur varie ~~pour~~ par deux causes: l'une, parceque en temps égaux le Soleil parcourt des arcs inégaux dans l'ecliptique l'autre, parceque les arcs égaux de l'ecliptique ont des ascensions inégales tant droites qu'obliques: ces deux causes font ~~[illegible]~~ que les jours naturels sont inégaux.

La différence des jours naturels aux jours moyens quoiqu'insensible d'un jour à l'autre devient considérable d'~~cinq jours~~ plusieurs jours.

2°. 48. ter

La cause de l'inégalité des jours par la diversité des Mouvement du Soleil, commence à l'une des distances ~~longitudes~~ moyennes et finit à l'opposée. et le maximum de la différence qui en résulte, est donc de la plus grande différence des mouvemens égal et inégal dans le Soleil. elle commence ~~ent~~ à l'une ou à l'autre distance moyenne, parceque le mouvement apparent y est égal au mouvement moyen pour un jour. mais en avancant dans la moitié supérieure de l'elliptique, dans laquelle est l'apogée de l'excentrique, le mouvement moyen ~~est plus grand que l'apparent de la différente est double~~ ou inégal ~~plus grand~~ du double de l'angle de la plus grande inégalité anomalie mais en avancant dans la moitié inférieure où est le périgée, il est plus petit d'autant. or Ptolemée trouve que ce double va à 4d 45. ~~l~~ ~~minime~~ ce qui fait une différence de 9d 30' ~~pour~~ entre les plus longs et les plus courts jours.

☉ + ☉ On détermine le lieu où le
point [illegible] point
où commence ou finit dans l'horizon oblique
la cause de l'inégalité des jours
qui provient de l'inégalité des
ascensions, et la grandeur de toute
la différence qui en résulte, en
considérant ~~trouvant~~, que ce lieu ou ce point
est différent selon les horizons
différens, mais que pour ~~par~~tout il est
avant le solstice d'été et après
le solstice d'hiver car le com-
mencement est là où un degré
de l'écliptique se lève avec un
degré de l'équateur. ce que l'on
voit dans la table des ascensions
obliques, pour l'horizon en question. Retranchez y donc la portion
de l'écliptique entre ces ~~deux~~ lieux
de celui dont il s'agit, et
et l'on l'ascension oblique de cette
portion, leur différence est celle que
vous cherchez autant les jours
moyens ajoutant par cette cause
seule aux jours inégaux dans cette
moitié de l'écliptique où est le belier,
autant ils ont de moins que les jours
inégaux dans l'autre moitié. ce qui
fait le double de toute la différance. La
différence ~~l'inégalité~~ ainsi trouvée surpasse
l'augmentation du jour solsticial par
dessus l'équinoxial, attendu que des lieux où
commencement et la fin de cette inégalité, l'un

l. 3. p 49. Suite

se prouve ainsi par les théorèmes de Géber : comme EM & LK sont perpendiculaires sur DK, Sin LK : Sin EM :: Sin DL : Sin DE. or par l'hypothèse Sin DL : Sin DE :: Sin DE Sin D&, ~~&~~ et Sin DZ : Sin D& > Sin DE : Sin D&, donc Sin DZ : Sin D& > Sin LK : Sin EM. mais Sin DZ : Sin D& :: Sin ZE : Sin EM parceque D& & EM [illegible] sont perpendiculaires sur Z& & ZD. donc Sin ZE : Sin EM > Sin LK : Sin EM. donc le Sinus de l'arc EZ est plus grand que le Sin de l'arc LK. et comme chacun est plus petit que le quart de cercle, l'arc EZ sera plus grand que l'arc LK. mais l'arc EB est plus grand que l'arc BL, comme l'arc ED est plus grand que l'arc D&, & ZB est plus grand que BK. donc l'excès de EB sur BL est plus grand que l'excès de ZB sur BK.

Pour la seconde assertion, Sin LY : Sin EX :: Sin LD : Sin DE, ou :: Sin DE : Sin D&. or Sin DE : Sin D& > Sin HD : Sin D&, et Sin HD : Sin D& :: Sin HE : Sin NE. donc

Sin LY : Sin EH :: Sin HE : Sin EL
donc ~~Sin LY : Sin EH~~ ces arcs
étant moindres que des quarts
de cercles, l'arc LY sera plus
grand que l'arc EH. or l'arc HB
est plus grand que l'arc BY, et
l'arc EB plus grand que l'arc BL
donc l'arc EB est celui qui sur-
passe le plus son ascension droite
or nous trouvons que l'arc DE
est de 73° 13', & l'arc EL de 16° 47'
donc l'arc BE est de 46° 15', et
l'arc BL de 43° 45', et l'excédent
de BE sur BL, de 2 $\frac{1}{2}$.

(f. b) L'arc de l'écliptique dont
l'ascension oblique diffère
le plus de son ascension
droite ; est ~~d'un~~ le quart de
cercle, ~~quand il~~ commençant
au point équinoxial

Soit EB l'arc de l'écliptique de
la plus grande différente ~~de son~~ d'ascension
droite BL, je dis que la somme
de BE + BL est égale à un
quart de cercle, et je le prouve
par cette proposition de Menelas (que
Régiomontan, comme les arabes, appelle Mileus

Soit dans le colure des Solstices GDK le point milieu entre G & cA, KZ un quart de cercle DZ la moitié de l'obliquité de l'ecliptique. Suivant menelaus, Le carré du Sin ZD au carré du Sin DK étant comme le Sin de l'excès de EB sur BL, lequel excès est EcM, est au Sin de la somme de EB & de BL, il s'ensuit que la somme des Sinus de EB et de BL est plus grande que le Sin de EcM; mais non que le Sin tot. donc si EB & BL font un quart de cercle, EcM sera à son maximum. ce quil falloit prouver.

ou bien (f. a) Sin EB : Sin BL :: Sin ED : Sin DcA. Soit S ED : S DcA :: S LD : S DE, et S LD : S DE :: S LG : S EcA, S BE × S EcA = S BL × S LG. or ceci ne se peut que si EG n'égale LG, et BL = EcA.

car dans deux triangles
rectangles égaux construits
sur une même base il faut
necessairement que les deux
côtes de l'un soient égaux
aux deux de l'autre. car
ils peuvent être inscrits
au cercle. sinon, par la
30e du 3e d'Euclide, il s'en
-suivroit une chose impossible
contre la 16e du 1er. or comme
ces triangles sont égaux
par la 39e du 1er, ils sont
compris entre des lignes
équidistantes, la proposition
est prouvée par les angles
coalternes des 25e & 28e du 1.

La cause de l'inégalité des jours
qui provient de l'inégalité des
ascensions droites, comme même dans les points
milieux des quarts de cercles que
les points cardinaux terminent;

et finit ~~dans le~~ au point milieu du quart de cercle suivant et la somme totale de la différence monte à cinq degrés, car ce commencement est là où un degré de l'equateur se leve dans la sphére droite avec un degré de l'ecliptique ce qui a lieu au 16.^d du taureau et au 14e du lion, ainsi qu'aux ~~trois~~ points diamétralement opposés à ceux ci mais l'arc depuis 16 du taureau jusqu'à 14^d du lion étant de 88^d, se léve dans la sphére droite avec 93^d de l'equateur, ce qui donne 5^d ~~de~~ pour la somme des différences des jours inégaux aux moyens de même, l'arc de 14^d du lion à 16^d du scorpion, étant de 92^d se léve dans la sphére droite avec 87^d de l'equateur, ce qui donne encore 5^d pour cette somme. la même chose a lieu pour les quarts de cercle opposés. Sont par cette cause les plus

longs jours inégaux surpassent
les plus courts, de 10 degrés.
Pour trouver le point où les ~~com-~~
~~mence l'augmentation~~ (excedent) des jours
inégaux commencent à surpasser
les jours moyens, et la quantité
de la différence totale produite
par ces causes ensemble, il faut
prendre par ce qui précède les diffé-
rences (maintenant) de chaque cause, pour chaque
jour, les sommer si ~~elles sont~~
toutes deux ajoutent; ôter la moindre
de la plus grande, si l'une ajoute
et l'autre retranche; et regarder
le jour moyen comme égal au vrai
si l'une retranche autant que
l'autre ajoute. si alors ensuite
l'une et l'autre ajoutent, ou que
l'une ajoute plus que l'autre n'ôte
c'est le commencement de l'accroisse-
ment. ou si toutes deux diminuent, ou
que l'une diminue plus que l'autre
n'ajoute, c'est le commencement de
la diminution. Le maximum de la (pour l'augmentation)
somme est ~~de pro~~ 1° du Scorp. au milieu du vers. et pour la
diminution du milieu du vers. à la fin de la bal.
la différence ajoutant dans le premier espace, et
diminuant dans l'autre. leur différence est de
5° $\frac{2}{3}$ d'anomalie du Soleil, et de 4° $\frac{2}{3}$ d'inégalité
d'ascensions droites, ensemble 8° $\frac{1}{3}$ de différence totale
provenant des deux causes, ou $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{18}$ d'heure ~~qu'étant~~ qui
négligée dans le Soleil et autres astres lents, ne fait
pas d'erreur sensible, mais bien dans la lune à cause
de sa vitesse, car cette fraction va presqu'à $\frac{3}{5}$ d'un
degré.

L.III Pour convertir les jours inégaux en jours moyens, et réciproquement.

Comptez le mouvement tant vrai que moyen du Soleil, pendant le temps donné, prenez la ~~hauteur~~ ascension correspondante au mouvement vrai dans la Sphere droite, et marquez sa différence d'avec le ~~temps~~ mouvement vrai. ~~Ce~~ sera l'equation des jours, ~~laquelle~~ à raison de 1' 4'' pour une heure. ajoutez donc le temps ~~de~~ donné par cette équation aux jours inégaux, si la ~~hauteur~~ ascension droite surpasse le mouvement moyen, ~~ou ajoutez~~ sinon retranchez le, et vous avez les jours moyens.

pour réduire les jours moyens aux jours inégaux, ~~prenez~~ comptez également le mouvement vrai et le moyen, prenez l'ascension droite qui répond au mouvement vrai, sa différence d'avec le mouvement moyen sera l'equation des jours. ajoutez le temps qu'elle donne, aux jours moyens, si le temps moyen est plus grand que l'ascension; sinon, retranchez le, et vous avez les jours inégaux.

il faut remarque que si

L'époque du temps a été mise sur le commencement de l'addition, cette différence devra toujours être ajoutée aux jours inégaux pour en faire des moyens, et retranchée pour en faire d'inégaux; et au contraire si elle a été mise sur le commencement de la diminution: Exemple: Soit le mouvement vrai du Soleil dans le jour naturel ~~est~~ de 59' depuis l'equinoxe, ~~##~~ le mouvement moyen est toujours de 59', l'ascension correspondante au mouvement vrai est de 54', la différence d'avec le moyen est 5' d'un degré de l'equateur, ces 5 minutes réduites en temps font 1/3 de minute d'heure. Le jour moyen est donc de 1/3' d'heure plus grand que le jour inégal ou vrai. ainsi un jour inégal converti en moyen, ~~fait~~ ~~le moyen plus~~ devient plus grand de 1/3' d'heure; puisquil fait (est égal à) un jour moyen moins 1/3 d'heure. ~~mais un jour moye~~ mais un jour moyen converti en jour vrai, devient plus petit d'autant, puisquil fait (est égal à) un jour inégal ou vrai plus 1/3 de minute d'heure!

Nous avons montré que le commencement de la diminution des jours inegaux ou vrais relativement aux jours moyens

est vers le milieu du verseau;
mais en supposant que l'apside l'apogée du Soleil
est immobile. or comme on a vu
quélle se meut, pour plus de précision
soit ce commencement dans le milieu
du verseau, au point ~~l'endroit~~ où le mou
vement égal ou moyen du Soleil, correspondant
à un degré de son mouvement vrai
sera précisément égal a l'ascension droite
or il faut qu'avant ce point du com
mencement de diminution le jour inégal ou vrai ~~moyen~~ soit plus
grand que le moyen, et qu'après ce point
le jour moyen soit plus grand que l'inégal.
soit donc dans la figure c) Bc♑ un arc
de l'ecliptique depuis l'equinoxe du prin
temps jusqu'au premier point du capricorne,
BG l'arc adjacent de l'equateur, d le pole
du monde, hc l'excentrique solaire dans
le plan de l'ecliptique, autour du centre
E, et f le centre du monde. le perigée
est, d'après ce qui précède, pour notre
temps, dans le commencement du capri-
corne en c♑. ainsi donc le point ~~du commencement de la diminution~~ où les jours iné-
gaux commenceront à diminuer des
égaux ou moyens, sera dans l'arc AB.

Soit ce point en N, et faisant Mn d'un degré et NO d'un degré, puis traçant les lignes et les cercles comme dans cette figure, qu'au mouvement vrai mn réponde l'ascension droite pq, et le moyen mouvement kh. par là au mouvement vrai no répondent l'ascension droite tq et le mouvement moyen lk. il faut, si n est le point où les jours inégaux commencent à diminuer des moyens, que l'arc tq soit plus grand que l'arc lk, et que l'arc kh soit plus grand que l'arc pq. car ~~quand~~ tandis que le jour inégal est plus grand que le moyen, il faut que la différence vraie ~~en plus~~ ajoutée soit plus grande que la moyenne. mais quand le jour moyen est plus grand que le jour inégal, il faut que la différence ajoutée moyenne soit plus grande que la vraie. or la différence ajoutée moyenne n'est que le mouvement moyen du Soleil dans le temps donné, et la différence ajoutée vraie est l'ascen-sion droite qui répond au mouvement

vrai du Soleil dans ce temps donné, comme cela est évident par la nature des jours moyens et des jours moyens. c'est pourquoi il faut qu'avant le point où les jours inégaux commencent à diminuer des moyens, L'ascension droite qui répond au mouvement vrai du Soleil soit plus grande que le mouvement moyen du Soleil dans le même temps, et au contraire qu'elle soit plus petite après ce point. ainsi, pour chercher ce point n, et dresser une table d'equation des jours, construisez d'abord la table qui se tire du mouvement vrai du Soleil depuis L'apside (l'apogée) donnée, ainsi que le mouvement moyen qui y correspond, selon ce qui est enseigné par les explications des figures 12 & 13. faites n le 21e degré du verseau, et nm d'un degré. pareillement no d'un degré, et L'apside ou l'apogée au commencement du cancer.

a sera le commencement du
capricorne, par la table de la
difference du moyen mouvemen
au vrai, LK sera de 58′ 33″, Kh de
58′ 35″. par la table d'ascension droi
tq sera de 58′ 49″ & qp de 58′ 38″. ains
parceque tq surpasse LK, & que qp surpass
aussi Kh, les jours inégaux sont
plus grands que les moyens. n
sera donc le point cherché avan
le commencement ~~[illegible]~~ et le diminutio
de même, si vous faites n le 21e degré
15′ du verseau, vous trouverez LK de
58′ 35″, tq de 58′ 46″, qp & hk de 58′ 35″.
alors le jour inegal étant plus gran
que le moyen avant le point n, et
l'un ~~etat~~ l'autre étant égaux en ce poin
n où les differences ajoutées moyenne
et vraie sont égales, le point où les
jours inégaux commencent à diminue
des moyens se trouvera pour notre
temps en 21° 15′ du verseau. il changera
par la suite du temps selon le chan-
gement de l'apside. sur ce principe vou
construirez une table d'equation des
jours. j'ai mis le commencement
de la mienne

au 21e degré du verseau. j'ai fait ensuite l'arc NM d'un degré, ~~ensuite~~ puis de deux, de trois, et ainsi de suite en complétant le cercle; et j'ai cherché la correspondance des quantités de Kh & de qp ~~sur~~ à l'arc Nm successivement; j'ai trouvé Kh toujours plus grand que qp, j'en ai mis la difference en table. car c'est l'equation des jours additive au temps moyen pour en faire des jours vrais ou inégaux, et soustractive des jours inégaux pour les reduire en temps moyen.

~~analyse du~~ quatrième livre ~~de Ptolemée, traduite de l'abrégé latin de Muller (Regiomontan)~~

1°. Le lieu vrai de la Lune dans l'écliptique, se connaît mieux par les éclipses de cet astre, que par le moyen des instrumens, ou que par ses comparaisons aux étoiles fixes ou aux éclipses de soleil; car le rayon de la terre est fort considérable relativement à la distance de la Lune: cequi cause une irrégularité ou inégalité de mouvement qui empêche de bien déterminer son lieu autrement que par les éclipses.

Nous voyons en outre la Lune se mouvoir dans une même portion de l'écliptique, tantôt lentement, tantôt rapidement, et tantôt d'un mouvement moyen; et elle ne conserve pas la même latitude relativement à cette portion; ce qui prouve qu'elle ne parcourt pas un cercle concentrique à la terre, et que ses retours ou rétablissemens dans le cercle qui produit son inégalité ou anomalie avec le mouvement moyen, ne sont pas les mêmes que ses retours dans l'écliptique, et que le noeud de son orbite se mouvant dans l'écliptique, cela rend inégaux les retours en latitude.
Le cercle d'inégalité ayant quatre points, deux opposés, l'un de la plus grande vitesse, l'autre de la plus petite, et deux autres opposés de la vitesse moyenne; du premier point au second, le mouvement diminue; du second au troisième il se rallentit encore. Du troisième au quatrième il augmente, et du quatrième au premier, encore.

2° Pour connaître les retours de la Lune dans le cercle d'inégalité et dans l'écliptique, les anciens ont choisi deux éclipses de cet astre, en chacune desquelles il avait eu la même vitesse dans la même portion de son cercle d'irrégularité. Ils en conclurent que la Lune, dans sa seconde éclipse, était retournée au même point de son cercle où elle était dans la première, et qu'elle avait fait des révolutions entières dans son cercle d'irrégularité pendant le temps écoulé entre ces deux éclipses. Pour connaître ce temps, ils prirent deux autres éclipses dans chacune desquelles la Lune avait aussi une même vitesse, mais dans la portion de son cercle opposée à la première. Ils trouverent l'espace de temps entre ces deux dernières éclipses, égal à l'intervalle des deux premières; ensorte que le mouvement vrai dans le premier, était égal au mouvement vrai dans le second. Hipparque trouva cet intervalle de 126007 jours, 1 heure,

pendant lesquels il y eut 4267 mois lunaires comptés par le nombre des nouvelles lunes; 4573 retours dans le cercle d'anomalie trouvés par les quatre mouvements lent, moyen, rapide, moyen successifs; 4612 retours dans l'écliptique moins 7½ environ, dont il s'ensuit que le soleil fasse 347 révolutions pleines pendant ce même temps, relativement aux étoiles fixes. Le nombre des jours divisé par celui des mois, donne la quantité des jours d'un mois. Et en chaque mois lunaire, la Lune faisant une révolution avec ce que le soleil fait pendant ce mois, cette somme divisée par la quantité des jours du mois lunaire donne le moyen mouvement quotidien ou diurne de la Lune. La circonférence divisée par ce mouvement diurne, donne le ~~révolution~~ mouvement moyen de la Lune. Ou bien, par le nombre des retours dans l'écliptique, et par l'intervalle de temps, on obtient la révolution dans l'écliptique et le mouvement pour un jour. Il en est de même pour le nombre des retours dans le cercle d'anomalie, en les multipliant par la circonférence; et en divisant le produit par le nombre des ~~par des~~ jours de l'intervalle, on aura le mouvement diurne dans le cercle d'anomalie. Les mêmes nombres 4267 mois et 4573 retours sont entr'eux comme 251 à 269; ce qui montre qu'en 251 mois lunaires, la même inégalité de mouvement ou anomalie revient 269 fois.

3°. Si l'intervalle des deux premières éclipses est égal à celui des deux dernières, et qu'à la seconde éclipse le mouvement de la Lune se fasse dans la même portion du cercle d'anomalie et avec la même vitesse qu'à la première; et aussi à la quatrième de même qu'à la troisième, la Lune dans le premier intervalle ayant un mouvement de la première à la seconde, égal à celui qu'elle a dans le second, chacun de ces intervalles contient des retours entiers de la Lune dans son cercle d'inégalité ou d'anomalie. Car à cause de l'égalité des deux intervalles et des mouvemens vrais dans chacun, le retour de la Lune doit se faire au même point dans la seconde éclipse que dans la première, et au même dans la quatrième que dans la troisième: ce qui fait des circonférences entières parcourues en chaque intervalle. Mais pour trouver le temps des retours de la Lune en anomalie, il faut comparer entr'elles des éclipses où la Lune ne soit pas dans son mouvement moyen; car les arcs parcourus par le mouvement moyen pouvant paraître égaux quoiqu'ils soient inégaux, on pourrait croire que la Lune est dans la seconde éclipse au même point que dans la première, et aussi au

même dans la quatrième que dans la troisième, sans qu'elle y fût, quoique les mouvements vrais soient égaux dans les deux intervalles. C'est pourquoi il faut choisir, pour cette comparaison, des éclipses qui soient non dans les quadratures, mais dans les syzygies.

4°. Pour déterminer le retour de la Lune à la même latitude, on a observé deux éclipses dans chacune desquelles la partie éclipsée du diamètre de la Lune fut égale, et cet astre dans le même point de son anomalie; de sorte que la portion éclipsée de son disque fut ou la septentrionale ou la méridionale et de la même manière; car la conséquence de toutes ces conditions est que la longitude de la Lune depuis le nœud, sera la même et dans la même partie de la circonférence, en chacune de ces deux éclipses. Et pour cette raison, l'intervalle des deux éclipses contiendra des retours entiers de la Lune en latitude, et du centre de son orbite dans l'écliptique.

Hipparque a trouvé cet intervalle de 1458 mois contenant 5923 retours en latitude. La division de cet intervalle par le nombre des retours, donne le temps que la Lune met à retourner au même point; et la division de la circonférence par le temps d'un retour, donne le mouvement diurne de la Lune en latitude. D'après ces principes ont été dressées des tables des mouvements moyens de la Lune en latitude, anomalie et longitude.

5° Si le mouvement de la Lune dans un cercle excentrique (fig. 1) est égal ou semblable à celui qu'elle ferait dans un épicycle porté sur un concentrique; et que l'excentrique se meuve selon l'ordre des signes d'une quantité égale à la différence du moyen mouvement en longitude, avec le moyen mouvement d'anomalie, l'excentrique et le concentrique étant égaux en grandeur, et l'excentricité égale au rayon de l'épicycle, toutes les irrégularités, inégalités ou anomalies de mouvement seront les mêmes dans l'une et l'autre supposition, soit de l'excentrique ou de l'épicycle. En effet, le cercle concentrique à la terre transportant l'épicycle suivant l'ordre des signes de A en G, la Lune, dans l'épicycle, va contre cet ordre de E en Z. Mais l'arc AG parcouru par le concentrique, étant une partie plus grande de sa circonférence, que l'arc EZ parcouru par la Lune dans l'épicycle, n'est dans la circonférence de cet épicycle, à cause de l'excès du moyen mouvement en longitude sur celui d'anomalie, prenons sur la circonférence du concentrique un arc GB semblable à l'arc parcouru par la Lune dans son

épicycle, et tirons un rayon du centre du concentrique, à l'extrémité de cet arc pris depuis le centre G de l'épicycle; ce rayon étant prolongé d'une quantité BT égale au rayon GZ de l'épicycle, et diminué de la même quantité depuis le centre du concentrique, deviendra le rayon HT de l'excentrique. Alors le mouvement dans l'excentrique sera AB; car AB=AG−GB ou EZ. Donc, soit que le centre de l'épicycle courre sur le concentrique d'un mouvement égal au moyen en longitude, tandis que la Lune parcourt en sens contraire l'épicycle d'un mouvement égal à celui d'anomalie; soit que la Lune se meuve sur un excentrique d'un mouvement égal à celui d'anomalie, et l'apogée de l'excentrique d'un mouvement égal à l'excès du moyen en longitude sur celui d'anomalie, le même mouvement apparent en résultera toujours. Car l'angle EGZ = l'angle GDB=ZHT. Donc l'arc EZ = l'arc TZ. Donc dans l'un et l'autre cas, la Lune paraîtra toujours dans la direction de la droite DZ, puisque la Lune sera allée de E en Z et son épicycle de A en G, dans le même temps que l'excentrique aura tourné de A en B et la Lune de T en Z.

5°. Le même effet aurait lieu même dans le cas où l'excentrique (fig. 2 et 3) et le concentrique seraient inégaux, pourvu que le rapport entre les rayons de l'excentrique et du concentrique fût comme celui de la distance des centres au rayon de l'épicycle, les rapports et les mouvements étant toujours comme ci-dessus. Car l'épicycle faisant ADG et la Lune EGZ pendant que l'excentrique fait HMT=ADB, et la Lune TLK=BDG=EGZ, l'angle ADZ de l'épicycle = HMK de l'excentrique, parceque l'angle EGZ de l'épicycle = l'angle TLK parcouru en même temps dans l'excentrique. Donc l'angle de suite ZGD de l'épicycle = l'angle de suite MLK de l'excentrique. Mais par la supposition, les côtés ZG et LM sont entr'eux comme GD et LK; donc ces deux triangles sont équiangles, et l'angle GZD = l'angle KML. Mais GZD=BDZ; donc KML = BDZ. Mais ADB=HMT tous deux excès du moyen mouvement en longitude sur le moyen mouvement d'anomalie; donc l'angle total ADZ = l'angle total HMK. Donc la Lune est en Z, soit par l'épicycle, soit par l'excentrique. L'épicycle va nous servir à expliquer la première anomalie qui est la différence entre le mouvement vrai et le moyen. L'excentrique nous servira pour la seconde, qui provient des différentes relations de la Lune au Soleil.

Pour avoir le rapport du rayon de l'épicycle à la ligne des centres de l'épicycle et de la

L.4
terre
-lep
Ma
avai
à 13
16 f
Vierg
celui
Le p
et le
d'apr
et 17
moye
diffe
puis
en G
et l'
BA=
lui a
plus
f. C
l'an
35'.
ED=
l'au
1°.17
GT=
Et A
Don

terre, ou Ptolemée compare les deux intervalles de trois éclipses rapportées au méridien d'Alexandrie, la première totale à $3^h \frac{1}{3}$ avant minuit du 29 au 30 Thoth de la 1.re année de Mardocempad, le Soleil étant à $24^d. 30'$ des Poissons; la seconde de 3 doigts au Sud à 50' avant minuit du 18 au 19 Thoth de la seconde année de Mardocempad, le Soleil étant alors à $13^d. \frac{3}{4}$ des Poissons; la troisième de plus de la moitié boréale à $4^h \frac{1}{3}$ avant minuit du 15 au 16 Phamenoth (et non du 9 au 10, comme dit Regiomontan), le Soleil étant alors à $3^d. \frac{1}{4}$. de la Vierge. Ainsi le mouvement vrai du Soleil, dans le premier intervalle, fut de $349^d. 15'$; et celui de la Lune d'autant en sus de ses révolutions entières; et dans le second, de $169^d. 30'$. Le premier était de 354 jours ~~2h 2/3 heures Le mouvement moyen d'anomalie~~ 2 heures $\frac{1}{2}$. 15, et le second, de 176 jours 20^h heures. Le mouvement moyen d'anomalie dans le premier, est, d'après les tables, $306^d. 25'$; et de longitude, $345^d. 51'$; et dans le second, $150^d. 26'$ d'anomalie; et $170^d. 7'$ de longitude. Donc le mouvement d'anomalie augmente de $3^d. 24'$ le mouvement moyen dans le premier intervalle, et le diminue de $0^d. 37'$ dans le second, en longitude. Leur différence est $2^d. 47'$ dont le second est augmenté. C'est pourquoi la Lune étant en A (fig. 4. pl. 5.), puis en B et enfin en G au milieu de chaque éclipse, et ~~alla~~ allant de B en A et de A en G, l'arc AGB est de $306^d. 25'$, plus grand de $3^d. 24'$ que le mouvement moyen en longitude, et l'arc BAG de $150^d. 26'$, plus petit de 37' que le mouvement moyen en longitude. Ainsi l'arc BA = $53^d. 35'$, retranchant $3^d. 24'$ du moyen mouvement en longitude, et l'arc AG = $96^d. 51'$, lui ajoutant $2^d. 47'$. Le périgée n'est donc pas dans BAG plus petit que 180^d; mais dans AGB plus grand.

f.6. Pour connaître la raison du rayon LK de l'épicycle à KD rayon du concentrique, L'angle BDA = $6^d. 48'$ des degrés dont 360 font deux angles droits. L'angle BEA est de $53^d. 35'$: donc EAZ = $46^d. 47'$ et EZ = $47^p. 38'. 30''$ dont EA = 120, et 7. 7' dont EA = $17^p. 55'. 32''$, Et ED = 120. L'angle BDG = $1^d. 14'$; le côté opposé EH = $1^p. 17'. 30''$. L'angle BEG = $150^d. 26'$. Donc l'angle EGD = $149^d. 12'$, et EH = $115^p. 41'. 22''$, dont GE = 120. dont GE = $1^p. 20'. 23''$ dont EA = $17^p. 55'. 32''$, et EH = $1^p. 17'. 30''$. L'angle AEG = $96^d. 51'$: donc GT = $89^p. 46'. 14''$ dont GE = 120, et ET = $79^p. 37'. 55''$, et GT = $1^p. 0'. 8''$ dont GE = $1^p. 20'. 23''$, et ET = $0^p. 53'. 21''$. Donc TA = $17^p. 2'. 11''$ dont EA = $17^p. 55'. 32''$. Et AG = $17^p. 3'. 55''$. Or AG = $89^p. 46'. 14''$ dont BE = 120, ED = $631^p. 13'. 48''$, et GE = $7^p. 2'. 50''$. Donc l'arc GE = ~~[illegible]~~ $6^d. 44'. 1''$. Mais BAG = $150^d. 26'$: donc BGE = $157^d. 11'$. Et BE = $117^p. 37'. 32''$.

L. L
37.'
Donc
Donc

[illegible]
les [illegible]
figu[illegible]

auss[illegible]
KDN
laque[illegible]
par
comm[illegible]
s'a l[illegible]
14d. [illegible]

les t[illegible]
du [illegible]
[illegible]
Ω ;
de l'[illegible]
été [illegible]
23h. [illegible]
21', [illegible]
[illegible]
dimin[illegible]
110d. [illegible]
GA =
dan[illegible]
il fa[illegible]
l'an[illegible]

37'. 32": donc BF < 120^{p}. diamètre de l'épicycle. BD = 748^{p}. 51'. 20". Or $LD \times DM + KM^2 = DK^2$: donc DK = 690^{p}. 8'. 42" des parties dont LK en contient 60 dans sa longueur. donc DK étant de 60^{p}, LK = 5^{p}. 14' (fig. 6).

~~Quand même le mouvement de la Lune se ferait dans un excentrique (fig. 5), la raison entre le rayon de ce cercle et la ligne des centres, serait toujours la même, ainsi que toutes les autres, comme on peut s'en convaincre en appliquant la même démonstration à toutes les figures propres: f~~ [illegible]

Le rapport de DE à DB 1^{ière} éclipse (fig. 7) est connu: EN = $\frac{EB}{2}$. Celui de DE à DK est aussi connu; donc celui de DK à DN sera connu, ainsi que l'angle DKN: ce qui donnera l'angle KDN de la différence du lieu moyen de la Lune d'avec le lieu vrai dans la 2de éclipse, dans laquelle on connaît ainsi le lieu moyen de la Lune. L'angle DKN fait connaître l'arc MX, et par conséquent LBX reste de la demi circonférence. Or BX = $\frac{BE}{2}$ sera ainsi connu: donc on connaîtra la distance de la Lune à l'apogée de l'épicycle dans la seconde éclipse. [illegible] Ptolemée l'a trouvée de 12^{d}. 24'; et l'angle KDN de 59': ce qui lui a donné pour le lieu moyen de la Lune, 14^{d}. 44' de la Vierge; époque ~~pour cette éclipse~~ de la troisième Eclipse.

Trois autres éclipses observées ~~(fig. 8)~~ f. 8. par Ptolemée à Alexandrie, confirment ce que les trois précédentes viennent de lui faire trouver. La première, totale, le Soleil étant à 13^{d}. 15' du Taureau, à $\frac{3}{4}$^{h} avant minuit du 20 au 21 Payni, de l'an 17 d'Adrien; la seconde des $\frac{5}{6}$ du ~~rayon et~~ diamètre, boréale à 1^{h} avant minuit du 2 au 3 Choiac de l'an 19 d'Adrien, le Soleil étant en 25 $\frac{1}{6}$ ♎; la troisième de la moitié boréale du diamètre à 4^{h} après minuit du 19 au 20 Pharmouthi de l'an 20 d'Adrien, le Soleil étant à 14^{d}. 12' des Poissons. Ainsi le mouvement vrai du Soleil a été dans le premier intervalle, de 161^{d}. 55'; dans le second de 138^{d}. 55'. Le 1er est de 1^{an} 166^{j}. 23^{h}. 37'; le second de 1^{an} 137^{j}. 5^{h} $\frac{1}{2}$. Le moyen mouvement d'anomalie fut dans le 1er de 110^{d}. 21', et en longitude 169^{d}. 37'; et dans le 2^{d}. 80^{d}. 36' d'anomalie, et 137^{d}. 34' de longitude. ~~Ainsi~~ l'anomalie a augmenté de 7^{d}. 42', le mouvement vrai, dans le 1er intervalle, et l'a diminué de 1^{d}. 21' dans le 2^{d}. La Lune étant donc d'abord en A, puis en B, puis en G, AB = 110^{d}. 21' ôtant 7^{d}. 42' sur le moyen mouvement; et l'arc BG = 81^{d}. 36' lui ajoutant 1^{d}. 36'. Donc GA = 168^{d}. 3' ajouté à la longitude moyenne 6^{d}. 21'. C'est pourquoi l'apogée de l'épicycle est dans l'arc AB, les arcs BG et GA étant chacun plus petits que le demi-cercle, et additifs. Car il faut que dans l'arc moindre où est l'apogée, la Lune se meuve contre l'ordre des signes. Or l'angle ADB au centre du Zodiaque = 7^{d}. 42' ou 15^{d}. 24': donc EZ = 16^{p}. 4'. 42" dont DE = 120^{p}.

Mais l'angle AEB = 110^d. 21': donc l'angle EBD = 94^d. 57'; et EZ = 88^r. 26'. 17" dont BE = 120^r. Donc BE = 21^r. 48'. 59" dont EZ = 16^r. 4'. 42" et dont DE = 120^r. L'angle ADG au centre du Zodiaque = 6^d. 21' ou 12^d. 42': donc EH = 13^r. 16'. 19" dont DE = 120^r. Mais AEG = 191^d. 57': donc EGD = 179^d. 15'. Or EH = 119^r. 59'. 50" dont GE = 120^r: donc ~~EGD~~ GE = 13^r. 16'. 20" dont EH = 13^r. 16'. 19" et dont DE = 120^r, et BE 21^r. 48'. 59". L'angle BEG = 81^d. 36', et l'arc ET = 98^d. 24': donc GT = 78^r. 24'. 37" dont EG = 120^r, et ET = 90^r. 50'. 22". Donc GT = 8^r. 40'. 20" dont EG = 13^r. 16'. 20", et ET = 10^r. 2'. 49". Donc TB = 11^r. 46'. 10" dont EB = 21^r. 48'. 59": donc BG = 14^r. 37'. 10" dont DE = 120^r. Mais BG = 78^r. 24'. 37" des 120^r. du diamètre de l'épicycle, et soutend 81^d. 36'. Donc DE = 643^r. 36'. 39", et GE = 71^r. 11'. 4". L'arc GE = 72^d. 46'. 10"; l'arc GEA = 168^d. 3'. Donc l'arc EA = 95^d. 16'. 50", et AE = 88^r. 40'. 17". < 180^d (fig. 9). Donc AD = 732^r. 16'. 56". Or $\sqrt{LD \times DM + KM^2}$ = 689^r. 8'. dont KM = 60^r. Donc DK = 60^r. dont KM = 5^r. 13'. à 14'.

Pour trouver la distance de la Lune (fig. 10) à l'apogée, et l'époque du moyen mouvement dans ces éclipses, on connaît déjà le rapport de DE à EA; EN = $\frac{EA}{2}$; donc on connaîtra le rapport de ND à DK. L'angle DKN sera ainsi connu, de même que son arc MEX: ce qui donnera tout l'arc TMA, et l'arc restant AL de la distance de la Lune à l'apogée de l'épicycle au milieu de la première éclipse. D'où l'on connaîtra les arcs LB, LG. Mais l'arc AL = 45^d. 43' pour la première, et l'arc LB = 64^d. 38' pour la seconde: et l'arc LBG = 146^d. 14' pour la troisième. Par l'angle DKN on a connu NDK trouvé de 4^d. 20' qui a donné le lieu moyen de la Lune en 9^d. 55' du Scorpion pour la première éclipse; 29^d. 30' du Bélier pour la seconde, et 17^d. 4' de la Vierge pour la troisième.

9°. Dans la seconde des trois anciennes éclipses, le lieu moyen de la Lune était en 14^d. 44' de la Vierge. L'anomalie moyenne était à 12^d. 24' de l'apogée de l'épicycle, et dans la seconde des trois dernières, le lieu moyen était en 29^d. 30' du Bélier, et l'anomalie moyenne à 64^d. 38' de l'apogée de l'épicycle. L'intervalle de l'une à l'autre est de 854 ans, 73 jours, 23^h $\frac{1}{2}$ temps vrai, ou 23^h $\frac{1}{3}$ temps moyen, pendant lesquels la Lune, par son moyen mouvement, a parcouru 224^d. 46' en longitude, et d'anomalie 52^d. 24', mais par son mouvement vrai 224^d. 46' en longitude, et 52^d. 31' d'anomalie. La théorie s'accorde donc avec l'observation pour la longitude; mais pour l'anomalie, elles diffèrent de 7' qui distribuées sur les jours de l'intervalle, donnent la quantité à ôter de l'anomalie de chaque jour mise en table, pour avoir l'anomalie corrigée.

(regiomontan dit 7')

☉ albategni a trouvé par la même voie que, de son temps, le mouvement moyen d'anomalie déterminé par ptolemée, étoit plus grand que le mouvement moyen d'anomalie déterminé par les éclipses quil observa après ptolemée. il a divisé cette différence par le nombre des jours écoulés entre les observations de ptolemée et las siennes. et il en a ôté le quotient, du mouvement d'anomalie déterminé par Ptolemée. mais il a trouvé le même mouvement en Longitude, que Ptolemée, si ce n'est quil a ajouté ce quil avoit ajouté au mouvement du Soleil.

÷. Quand Le mouvement de la Lune se feroit dans un excentrique (f. ÷. de regiomontan) Le rapport du rayon de ce cercle a La distance des centres, se trouveroit comme ci-dessus, en supposant que L'apogée ou apside de L'excentrique s'avance selon L'ordre des signes en raison de La grandeur de L'excès du mouvement moyen de la Lune en Longitude, sur son mouvement moyen dans L'anomalie ou L'epicycle. en supposant cela, mettons sur cet excentrique BAGE dont le centre est K et celui du monde D, et L'excentricité KD, La Lune en a dans la 1e éclipse, en B dans la seconde, en G dans La 3e. Le reste est aisé a entendre dans La démonstration de regiom:

7°. Ptolemée voulant rapporter ces époques à la première année de Nabonassar, a pris l'intervalle de temps entr'elle et le milieu de la 2.de éclipse. Il a eu 27 ans, 17 jours, 11 heures 10 minutes qui ont produit 123.d 22' de longitude, et 103.d 35' d'anomalie qui, retranchés des lieux de la Lune dans la 2.de éclipse, donnent pour le lieu moyen de la Lune en longitude, le 1.er Thoth an 1.er de Nabonassar, 11.d 22' du Taureau, et 268.d 49' d'anomalie depuis l'apogée de l'épicycle, ou 70.d 37' de distance du Soleil qui était en 45' des Poissons.

⁜ 8°. Pour corriger le mouvement moyen de la Lune en latitude, Ptolemée choisit deux éclipses de Lune, telles que la partie éclipsée du diamètre y fût la même, que ces éclipses furent, vers le même nœud et du même côté ou du Septentrion ou du midi toutes deux, et enfin à peuprès au même endroit de l'épicycle. Car c'est ainsi que la distance de la Lune au nœud ~~sera~~ aura été la même dans les deux éclipses, et que cet astre aura fait des révolutions entières dans l'intervalle. Ptolemée a donc pris l'intervalle d'une éclipse observée à Babylone la 31.e année de Darius I, à une autre observée à Alexandrie la 9.e année d'Adrien. L'intervalle de ces éclipses qui réunissent toutes ces conditions, est 615 ans, 133 jours, 21.h 50'. Il contient des révolutions entières en latitude. Mais le mouvement moyen ayant seulement 9.d 53' de moins que le vrai, au lieu des 10.d 2' qu'Hipparque avait ôté du vrai mouvement, Ptolemée a divisé la différence 9' par le nombre des jours de cet intervalle, et il en a ajouté le quotient au moyen mouvement diurne pour faire ses tables corrigées par ce moyen pour la latitude. Pour en fixer les époques, il a pris deux des éclipses choisies par Hipparque, l'une déjà employée pour trouver l'anomalie de la longitude, de la 2.e année de Mardocempad, l'autre de la 20.e de Darius I. Dans leur intervalle de 218 ans, 309 jours, 23 heures ~~et~~ douzième, le mouvement moyen en latitude a été de 160.d 4'. La Lune était dans la première à 12.d 24' loin de l'apogée de l'épicycle, et son mouvement moyen était plus grand que le vrai, de 59'. Dans la seconde, elle était de 2.d 44' distante de l'apogée de l'épicycle, et son mouvement moyen était plus grand de 13' que le vrai (fig. 11). Ainsi, dans l'orbite inclinée de la Lune, cet astre étant en D, pour la première éclipse, sera en E pour la seconde. DZ est sa distance au lieu vrai dans la première; EH dans la seconde. ZH = 160.d 4'. ZD = 59'. EH = 13'. Donc DH = 161.d 3', et DE = 160.d 50'. Donc AD + GE = ~~19. 10~~ 180.d − 160.d 50' = ABG − DE = 19.d 10'.

- v.5

Et AD = 9°.35' = GE mouvement vrai depuis le nœud. Ainsi AZ = 10°.34', distance de la Lune au nœud ascendant en latitude dans la première éclipse. BG AZ = ~~280°.34'~~ 270°+10°.34'. distance de la Lune à sa plus grande latitude boréale par son mouvement moyen. Or le mouvement moyen en 27 ans, 17 jours, 11 heures $\frac{1}{6}$ depuis Nabonassar jusqu'à cette éclipse, a été de 286°.19' qui retranchés de ces 280°.34' +360, donnent pour reste 354°.15', époque de la latitude de la Lune au temps de Nabonassar, à compter depuis la plus grande latitude boréale.

Régiomontan infère une règle pour reconnaître de combien le nœud moyen s'avance contre l'ordre des signes, tirée de ce que le mouvement moyen diurne en longitude est plus petit que celui en latitude à cause de cette rétrogression du nœud. Il retranche le premier de ces deux mouvemens du second, en un jour, et il lui reste une quantité qui est celle dont le nœud s'est avancé dans un sens contraire aux signes.

9°. La table de la première et simple inégalité qui vient ensuite, suffit pour l'équation des lieux de la Lune, dans les conjonctions et les oppositions, l'autre inégalité ou anomalie n'y exerçant aucune influence. Cette première anomalie ou inégalité qui fait des différences angulaires dont la plus grande ne passe pas 5°.1', sert à corriger l'anomalie des tables des moyens mouvemens additive ou soustractive suivant qu'ils sont plus faibles ou plus forts que les vrais.

10°. Hipparque a trouvé que dans l'hypothèse de l'excentrique, la raison de la distance entre son centre et celui de la terre, au rayon de l'excentrique, n'était pas la même que celle du rayon de l'épicycle à la ligne des centres de l'épicycle et de la terre; la première étant comme $6\frac{1}{4}$ à 60, et la seconde comme $4\frac{3}{4}$ à 60. Or la première fait l'angle d'inégalité entre le mouvement vrai et le moyen, de 5°.59' dans les éclipses, et la seconde le fait de 4°.34', tandis que l'une et l'autre trouvée par Ptolemée de 60 à 5$\frac{1}{4}$ fait cet angle de 5°.1'. Mais Hipparque s'est trompé; car des trois éclipses qu'il a employées pour ses calculs; la première, petite, vers l'est et de l'an 365 de Nabonassar, 25j. 18h. 15', temps moyen à Alexandrie, le Soleil étant à 28°.18' du Sagittaire, et la Lune à 28°.17' des Gémeaux, ou moyennement à 24°.20', mais vraiment à 24°.17'; et son argument de 227°.45'. La seconde de l'an 365, 203j. 7h. 50', le Soleil étant à 21°.46' des Gémeaux, et la Lune à 21°.46'

du c
47'.
Lune
argu
a fa
mou
et d
44'
temp

Sole
22^{d},
depui
13^{h}.
-ne
109^{d}
Lun
-me
le f
Suiv
0^{h}.
Deg
De

du Sagittaire, ou moyennement à 23d. 58'; mais vraiment à 21d. 48', et son argument de 27d. 47'. La troisième, totale, de l'an 366, 15j. 9h. 50', le Soleil étant à 17d. 30' du Sagittaire, et la Lune à 17d. 21' des Gémeaux, ou moyennement à 22d. 28'; mais vraiment à 17d. 28', et son argument de 181d. 12'. Le premier intervalle fut donc de 177j. 13h. 36' pendant lesquels le Soleil a fait 173d. 28'. Mais Hipparque le fait de 177j. 13h. 45' pendant lesquels il dit que le mouvement du Soleil fut de $\frac{1}{8}$d. moindre que 173d. Son erreur est donc en plus de 9' sur le temps, et de 38'. 30" sur le mouvement en moins. Le second intervalle fut de 177j. 2h. et de 175d. 44'; mais suivant Hipparque de 177j. 1h. 6', et de 175d. 8'. Son erreur est donc de 54' sur le temps, et de 36' sur le mouvement, en moins.

Des trois autres éclipses qu'Hipparque a observées, par la première de l'an 546, intervalle depuis nabon 34j. 6h. 30', le Soleil étant à 26d. 6' de la Vierge, et la Lune à 26d. 7' des Poissons, ou moyennement à 22d, mais vraiment à 26d. 7', et son argument de 300d. 13'. La seconde est de l'an 547; intervalle depuis nab. 158j; 13h. $\frac{1}{3}$; le Soleil étant à 26d. 17' des Poissons, et la Lune à 26d. 17' de la Vierge, ou moyennement à 1d. 7' de la Balance, mais vraiment à 26d. 16' de la Vierge, et son argument de 109d. 28'. La troisième de l'an 547; intervalle dep. nab. 334j, 13h. $\frac{3}{4}$; le Soleil étant à 15d. 12' de la Vierge, et la Lune à 15d. 13' des Poissons, ou moyennement à 10d. 24', mais vraiment à 15d. 13', et l'argument de 249d. 9'. Or le premier intervalle des 2 éclipses fut de 178j. 6h. 50', et de 180d. 11'. Hipparque le fait de 178j. 6h. et de 180d. 20'. Le second fut de 176j. 25' d'heure, et de 168d. 55'. Mais suivant Hipparque, de 176j. 1h. $\frac{1}{3}$, et de 168d. 33'. Son erreur est donc dans le premier, de 0h. 50' de moins, et de 0d. 9' de plus; et dans le second, de 55' d'heure de plus, et de 22' de degré de moins. Voilà d'où vient qu'il ne trouve pas les mêmes rapports entre les rayons de l'épicycle et du concentrique, qu'entre l'excentricité et le rayon de l'excentrique.

analyse du Vᵉ livre de l'almageste, d'après ~~le texte grec de Ptolemée et~~ l'abrégé latin de Regiomontan, ~~par M. M.~~.

1°. L'astrolabe qui sert à prendre les longitudes et les latitudes des astres, est composé de plusieurs cercles, armilles ou anneaux dont les uns sont fixes et les autres mobiles. Deux de ces cercles de la même grandeur entr'eux, représentent l'un l'écliptique, et l'autre le colure des solstices: ils sont fixes, et leurs plans sont perpendiculaires l'un sur l'autre. Sur le colure, sont ~~marqués les~~ pratiqués deux trous aux pôles de l'écliptique ~~et ceux de l'équateur~~. Dans ces trous ~~les pôles de l'écliptique~~, sont ~~fixés~~ deux petits cylindres, mobiles à frottement dur, qui sortent de la convexité et de la concavité du colure: avec ces ~~autour des~~ cylindres ~~de la concavité, tourne comme sur deux pivots~~, tournent, dans le sens de la longitude deux cercles qui y sont attachés, l'un extérieur qui embrasse le colure, ~~un cercle~~ l'autre intérieur ~~dans le sens de la longitude~~. Celui-ci ~~intérieur embrassé par la conca-~~ mû par le mouvement qu'on donne à l'extérieur, porte dans ~~vité un autre cercle, plus petit qu'on peut faire glisser dans une rainure de cette concavité~~ sa concavité et dans son plan un autre cercle qu'on y fait glisser. Ce cercle plus petit, ainsi enchâssé, porte deux pinnules diamétralement opposées, qui, par le glissement du cercle vers les pôles de l'écliptique, montrent la latitude des astres vers lesquels les pinnules sont dirigées. Le cercle fixe qui représente l'écliptique, et le cercle mobile intérieur, sont l'un et l'autre divisés en 360 degrés. ~~Le cercle extérieur, qui renferme tous les autres, se meut aussi en longitude sur les cylindres qui sortent de la~~ cet instrument, se suspend par le point vertical du lieu ~~du colure, tient aux~~

soit
par
[illegible]
[illegible]
ou f
[illegible]

Dans l

les (p

extéri

longit

-gean

du cer

l'acco

tantô

était

Dans

Et da

dans

une,

moye

de la

Dans

où l'on observe, ou (61) s'appuie sur le point ~~apres le plan du colure ou méridien dans le plan du~~ opposé
~~colure des équinoxes, pour le lieu où l'on est, le colure des solstices ou dans le plan du méri-~~
~~Méridien céleste~~
~~dien de ce lieu, et~~ le cercle de l'écliptique, étant dans le plan de l'écliptique céleste, ~~[illegible]~~,
on fait tourner
~~tournant~~ les cercles extérieurs et intérieurs vers le Soleil, on fait glisser ~~et faisant aller~~ le cercle enchassé dans le cercle intérieur ~~de haut en bas ou de bas en haut~~ jusqu'à ce que l'on apperçoive par ses pinnules l'astre vers lequel on les dirige, les degrés marqués par les cercles intérieur et extérieur sur l'écliptique, et sur le cercle intérieur par la ligne des pinnules, donnent la longitude et la latitude du Soleil ou d'un astre, ou la distance de celui-ci au Soleil, en dirigeant sur le Soleil, le cercle extérieur, et sur l'astre, le cercle intérieur avec les pinnules du cercle glissant.

2°. Ptolemée a souvent trouvé que le lieu de la Lune observé au milieu du ciel, tantôt s'accordait avec celui que lui donnaient les calculs fondés sur les principes précédents, et tantôt ne s'y accordait pas. Plus la Lune était voisine des syzygies, plus cette différence était petite; plus elle était proche des quadratures, plus la différence était grande: nulle dans l'apogée ou le périgée de l'épicycle, et la plus grande à 90 degrés de ces deux points. Et dans le cas de la prostaphérèse soustractive, le lieu était moindre que par cette soustractive; dans le cas de l'additive, il était plus grand que par cette addition. Ainsi donc la Lune a une seconde anomalie qui arrive deux fois par mois.

Pour que dans les quadratures, la plus grande différence du vrai mouvement au moyen surpasse celle que donne le calcul, il faut que le centre de la Lune soit plus près de la terre que dans les syzygies, et qu'ainsi deux fois par mois il s'en approche le plus dans les quadratures, et s'en éloigne le plus dans les syzygies. Elle a donc son épicycle porté sur un excentrique: le centre de cet excentrique, en retournant à la ligne du ~~moyen~~ mouvement du Soleil, fait une révolution contre l'ordre des signes, pendant que le centre de l'épicycle fait une révolution suivant l'ordre des signes, en retournant à la ligne du moyen mouvement du Soleil. En effet, alors ce mouvement s'ajoutant à celui du centre de l'épicy-
-cle

en l[illegible]
prod[illegible]
~~[illegible]~~
EB, I[illegible]
et le [illegible]
de l[illegible]
va [illegible]
l'ép[illegible]
mou[illegible]
les f[illegible]
l'ap[illegible]
de [illegible]
dou[illegible]
=13[illegible]
en [illegible]
entr[illegible]
moy[illegible]
l'ex[illegible]
q[illegible]
qua[illegible]
et l[illegible]
reta[illegible]
l'ex[illegible]
E, [illegible]
lum[illegible]
-te[illegible]

en longitude, à son mouvement moyen en latitude et au mouvement d'anomalie de l'épicycle, produit tout à la fois les apparences de la 1.e anomalie, et ce que nous disons ici de la 2.e. (fig. 1) Dans cette figure 1.re trois lignes sont mobiles et couchées de E en A, savoir: ED, EB, EA rayons du cercle concentrique à l'écliptique, dans le plan incliné de l'orbite lunaire; et le point A est centre de l'épicycle apogée de l'excentrique, limite boréale de déclinaison de la Lune, lieu moyen du Soleil, et commencement du Bélier. En un jour, la limite boréale va contre l'ordre des signes, de 3' en D où elle sera ainsi sur 29d. 57' des Poissons, pendant que l'épicycle va suivant l'ordre des signes de A en B où son centre en H est sur 13d. 11' du Bélier, mouvement en latitude marqué par l'arc AB composé du mouvement en longitude suivant les signes, et du mouvement du nœud 13d. 14' = 13d. 11' de progression et 3' de rétrocession. Or l'apogée de l'excentrique recule de la différence entre ces 13d. 14' et le double de la distance de la Lune au Soleil en longitude moyenne pour un jour. Cette distance est 12d. 11'. 30": le double est 24d. 23'. La différence est donc 24d. 23' − 13d. 14' = 11d. 9'. Ainsi l'arc BD = AB = = 13d. 14' = le mouvement en latitude. AD = 11d. 9' = le mouvement de l'apogée de l'excentrique en sens contraire: ce qui rend le mouvement du centre de l'épicycle, égal à la double longitude entre le Soleil et la Lune, et le fait appeler double longitude. C'est pourquoi la ~~ligne~~ la ligne du moyen mouvement du Soleil 12d. 11'. 30" sera toujours entre le centre de l'épicycle 13d. 11' et l'apogée de l l'excentrique 11d. 9', pourvu que le centre de l'épicycle ne soit pas dans l'apogée de l'excentrique. Et cette diversité ou anomalie seconde de la Lune, est la plus grande dans les quadratures moyennes, parce que les lignes EB, ED d'apogée de l'excentrique y sont opposées, et la Lune est opposée à cet apogée auquel elle retourne dans chaque syzygie; et quand elle y est retournée, cette seconde anomalie cesse et rentre dans la première. Car, (fig. 2) K est le centre de l'excentrique, E celui de l'écliptique, et AM = $\frac{1}{24}$ EA. Le centre de l'épicycle parcourant l'excentrique, l'angle à l'œil en E, qui embrasse l'épicycle, augmente à mesure que ce centre approche du périgée H. L'orbite lunaire étant inclinée sur le plan de l'écliptique, l'excentrique coupe l'écliptique aux quadratures. La raison du rayon de l'épicycle à la ligne menée de l'œil au centre de l'épicycle augmente

le plus en plus, jusqu'à ce que le centre de l'épicycle soit au périgée H de l'excentrique : or ce périgée arrive deux fois par mois dans les quadratures où sont les nœuds de l'orbite, et les apogées, dans les limites, aussi deux fois par mois. Mais dans le périgée, EH est plus petit que EA de l'apogée ; donc EH est en moindre raison que EA par rapport à HX=AM : et par conséquent la seconde anomalie est la plus grande dans les quadratures, et la plus petite dans les syzygies.

3°. Pour déterminer la ~~quantité~~ grandeur ou quantité de la seconde anomalie, Ptolemée a donc observé la Lune dans sa quadrature moyenne relativement au Soleil, dans laquelle le centre de l'épicycle était au périgée de l'excentrique, et dans le nonagésime depuis le nœud ascendant, afin d'éviter la parallaxe en longitude. Par là il a trouvé la plus grande différence de son lieu effectif d'avec celui que donnait le calcul du lieu vrai. Le 25 Phamenoth à $5\frac{1}{4}$ heures avant midi de l'an 2 d'Antonin, il vit par l'astrolabe, le Soleil en 18^d. 50' du Verseau, pendant que le 4e. degré du Sagittaire passait au méridien d'Alexandrie, et la Lune en 9^d. 40' du Scorpion. Elle était donc à environ 1½ heures du méridien d'Alexandrie, temps où il n'y a pas de parallaxe. Or l'intervalle depuis la première année de Nabonassar était de 885 ans, 203 jours $18\frac{3}{4}$ heures après lequel le Soleil moyen devait être sur 16^d. 27' du Verseau, mais était sur 18^d. 50' ; et la Lune moyenne devait être en 17^d. 20' du Scorpion, mais elle était par son lieu vrai, ~~était~~ sur 9^d. 40', et elle était à 87^d. 19' de l'apogée de l'épicycle : ce qui donne le plus grand angle d'anomalie. Le mouvement moyen de la Lune était donc plus grand que le vrai, de 7^d. 40' = 17^d. 20' − 9^d. 40', tandis que la première anomalie ne donne pour différence entre ces mouvemens, que 5^d.

Hipparque, 619 ans, 314^j, 17^h. $\frac{3}{4}$ temps moyen, après l'an 1 de Nabonassar, vit le Soleil en 8^d. 35' du Lion, et la Lune en 12^d. 20' du Taureau. Leur distance était de 86^d. 15' : or le Soleil, par son mouvement moyen dans cet intervalle, devait être sur 10^d. 27' du Lion, et par son mouvement vrai, sur 8^d. 20' ; et la Lune sur 4^d. 25' du Taureau en

longitude moyenne. Ainsi sa distance du Soleil était de près d'un quart de cercle; et de l'apogée de l'épicycle, de 257^d. 47', où se fait aussi la plus grande différence du moyen mouvement au vrai. Mais leur distance par le mouvement vrai du Soleil et moyen de la Lune, était 93^d. 55' qui = 86.15 + 7^d. 40'. Ces 7^d. 40' sont donc encore la plus grande différence ou anomalie entre le mouvement moyen et le vrai: par conséquent elle s'est trouvée par ~~pour~~ l'observation de Ptolemée, soustractive, dans la première quadrature de l'apogée au périgée, et par ~~pour~~ l'observation d'Hipparque, additive, dans la seconde quadrature du périgée à l'apogée. Donc la seconde anomalie surpasse la première, de 2^d. 40'.

4°. La distance du centre de l'excentrique (fig. 3) de la Lune au centre du Zodiaque ~~de la terre~~, se connaît par l'angle GET que l'on fait être de 7^d. 40', puisque c'est l'angle de la plus grande différence d'anomalie formé par GE, rayon mené du centre de la terre au périgée, et par la tangente menée de ce centre à l'épicycle. Donc on connaît le rapport de TG à GE; car selon les tables des modernes, TG est environ $\frac{2}{15}$ de GE. Or TG est aussi $\frac{7}{80}$ de EA menée de ce centre à l'apogée de l'excentrique, puisque TG vaut 5¼ des 60^p. de EA. Donc GE = 39^p. 22' de EA; donc AG = 99^p. 22', et sa moitié AD = 49^p. 41'. Par conséquent l'excentricité DE = AE − AD = 60^p. − 49^p. 41' = 10^p. 19'.

5°. Quand l'épicycle est entre l'apogée et le périgée de l'excentrique, et la Lune dans l'apogée de l'épicycle, le lieu de la Lune se trouve plus petit que celui que donne le calcul: il est plus grand quand elle est dans le périgée de l'épicycle. Mais quand l'épicycle est entre le périgée et l'apogée de l'excentrique, la Lune étant dans l'apogée de l'épicycle, son lieu est plus grand que par le calcul, et dans le périgée il est plus petit. Au contraire, on ne trouve aucune différence entre le lieu observé et le lieu calculé, quand la Lune est dans les quadratures de l'épicycle: Ptolemée en a conclu que le diamètre de l'épicycle passant entre les syzygies, ne se dirige pas vers le centre du Zodiaque, mais vers un autre point. Pour trouver la distance de ce point à ce centre, il s'est servi de deux observations d'Hipparque à Rhodes.

1°. Pour périgée moyen, ~~620 ans, 219 jours et environ 18 heures depuis l'ère de Nabonassar~~, l'observation s'étant faite dans la 2e heure temporaire avant midi du onze pharmouthi, 197 ans depuis la mort d'Alexandre,

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Or le commencement de la 2e heure temporaire était à 5 2/3 heures équinoxiales avant midi, ainsi ce fut 620a 219j 18h de l'ère de Nab. le Soleil lui parut en 7d. 3/4 du Taureau, et la Lune en 21. 2/3 des Poissons, à cause de la pa-rallaxe en 21d. 3/8 ; et la vraie distance du Soleil était de 313d. 42' environ suivant les 10 signes, mais sa distance moyenne de 314d. 28' du vrai lieu du Soleil ; La différence d'anomalie est donc de 0d. 46', la distance en mouvement moyen de 315d. 32' dont le double 271d. 4' = l'arc BGA (fig. 4) : donc l'angle AEB = 88d. 56' = DEK. Par la table des cordes, on connait DK en parties du diamètre DE, et KE : or l'excentricité DE est de 10p. 19', et le rayon DB est de 49 parties 41' ; donc DK en aura à peu près aussi 10p. 19', et EK = 12'. Mais BK = 48p. 36' ; donc BE = 48p. 48'. D'ailleurs l'angle BEL = 0d. 46' = 314d. 28' − 313d. 42', différence d'anomalie. Ainsi BL = 0d. 39' des 48p. 48' de BE, dont BH = 5p. 15'. Ainsi BL = 14p. 52' des 120p. de BH, et l'angle BHL = 14d. 14' ; l'angle EBH = 14d. 14' − 46'. 2 = 12d. 42', ou 6d. 21' des 360d. de la circon-férence, valeur de l'arc HT entre la Lune et le périgée vrai. Or HM = 5d. 30', quantité dont la Lune dépasse le périgée M au-delà des 180d depuis l'apogée qui est en 13d. 50' vierge. Donc l'angle TBM = 11d. 51' de ces 360d, ou 23d. 42' des 720d, et sa corde EX = 24p. 39' des 120p. de BE, ou = 10p. 2' des 48p. 48' de BE. L'angle double AEB = 177d. 52' − EBN = 23d. 42', donne l'angle ENB = 154d. 10' dont la corde EX = 116p. 58' des 120 parties de l'hypoténuse EN. Donc EX valant 10p. 2', EN vaut 10p. 18', tandis que l'excentricité ED vaut 10p. 19'. Par conséquent, le point où se dirige le diamètre de l'épicycle qui passe par son périgée moyen, est à peu près aussi distant du centre du Zodiaque, que ce centre est distant de celui de l'excentrique.

~~2~~ 2o. Pour l'apogée moyen, 620 ans ~~encore~~, 286 jours, 3 2/3 heures égales après la mort d'Alexandre, le Soleil ~~lui~~ parut à Hipparque en 10d. 9/10 du Cancer, et la Lune en 29d. du Lion sans parallaxe, et ainsi à 48d. 6' du lieu vrai du Soleil ; et en mouvement moyen, le Soleil devait être en 12d. 5' du Cancer, et la Lune en 27d. 20' du Lion. La Lune était donc à 46d. 40' du lieu vrai du Soleil, et la longitude de la Lune, depuis l'apogée moyen de l'épicycle, de 333d. 13'. (fig. 5) La distance double entre le Soleil moyen et la Lune moyenne étant 90d. 30' = l'angle AEB = 181 degrés de 720 au cercle. Donc l'angle DEK = 179d. ce qui fait

com

la

prò

vra

lui

ou c

BH,

cerc

vale

à l

de

y'a

EBI

lèu

tio

dia

du

(

de

AE

A

bra

10P.

l'au

connaître les rapports de l'hypoténuse ED de 120p. aux côtés DK et KE, rapports qui, selon la valeur de 101d. 19' pour DE, et celle de 49p. 41' pour le rayon DB, donneront 10p. 19' à très peu près pour DK, et 0p. 5' pour EK; et ensuite 48p. 36' pour BK, d'où BE = 48p. 31'. Le mouvement vrai étant plus grand que le moyen de 48d. 6' − 46d. 40' = 1d. 26' = l'angle BEK lieu de la Lune près de l'apogée de l'épicycle, on connaît donc le rapport des 120p. de BE à BL = 2p. 59', ou des 48p. 31' de BE à BL = 1p. 12' des parties dont le rayon BH de l'épicycle = 5p. 15'. Mais BH, hypoténuse, étant de 120p, BL en vaut 27p. 34', et l'angle BHL = 26d. 34' des 720d. du cercle; donc l'angle ZBH = BHL + BEH = 26d. 34' + 2d 52' = 29d. 26', ou 14d. 43' des 360d. du cercle, valeur de l'arc HZ, distance de la Lune à l'apogée vrai de l'épicycle. Mais sa distance à l'apogée moyen est = 360d − 333d. 12' = 26d. 48' = l'arc HZM: donc l'arc ZM = 12d. 5', valeur de l'angle MBZ = 24d. 10' des 720d. du ~~cercle~~. ~~NBX~~ EBX Dans l'angle égal le côté opposé EX = 25p. 7' des 120p. de BE, ou 10p. 8' des 48p. 31' de BE, dont DE = 10p. 19'. Or l'angle ENB = AEB − EBN = 181d. − 24d. 10' = 156d. 50' = l'arc soutendu par EX, qui vaut 117p. 33' des 120p. de l'hypoténuse EN. Mais EX = 10p. 8' des 10p. 19' de ED; donc EN en vaut 10p. 20', valeur de la déviation EN à peu près égale à l'excentricité ED. Par conséquent le point où se dirige le diamètre de l'épicycle qui passe par l'apogée moyen, est encore à la même distance du centre du Zodiaque, que ce centre à celui de l'excentrique.

6°. Pour trouver par l'élongation connue du centre de l'épicycle loin de l'apogée de l'excentrique, l'arc de l'épicycle entre la Lune et l'apogée de l'épicycle (fig. 6), l'angle AEB d'élongation étant donné, on cherche l'arc MZ. L'angle DEK est = BEG = 2 quadrans − AEB = 90d. 30'. On a le rapport de DE ~~et~~ de KD à EK = 5p. Par B et DK connus, on connaîtra BK: d'où, retranchant KX, double de KE, reste connue BX = 48p. 26'. Mais NX = DK = 10p. 19' des 49d. 41' de DB; et par BX et XN on connaîtra BN = 49. 31': ce qui fait connaître l'angle NBX opposé à l'angle cherché MBZ = 24d. 3' des 720d, ou 12d. 1' des 360, et c'est la valeur

~~+ car~~
~~ayant~~
~~pour l'équation du centre trouvée par le moyen suivant du n° 8 de ce Livre XI~~

de l'arc MZ. Ainsi se trouve l'équation du centre, par l'addition de laquelle à l'argument moyen, si le centre de l'épicycle est dans la moitié ABG de l'excentrique, ou par sa soustraction s'il est dans l'autre moitié, on obtient la distance de la Lune à l'apogée vrai de l'épicycle. C'est ce qu'on appelle l'argument vrai.

Pour trouver par les moyens mouvemens de la Lune en longitude, par son anomalie et sa distance moyenne du Soleil, son lieu vrai, l'angle MBH de l'épicycle = 180ᵈ — 333ᵈ. 12' = 26ᵈ. 48', d'où retranchant MZ = 12ᵈ. 1', reste l'arc HZ = 14ᵈ. 47'. Nous cherchons le lieu H marqué par la ligne EH: or EB = DX + EX = 48ᵖ. 26' + 0ᵖ. 5' = 48ᵖ. 31' dont BH = 5ᵖ. 15'. Dans le triangle rectangle HLB, l'angle B = 14ᵈ. 47', fait connaître HL et LB qui ajoutée à EB, et le carré de cette somme à celui de HL, donnent EH de 43ᵈ. 37'; et cette hypoténuse valant 120ᵖ, donne pour valeur de HL 2ᵈ. 59. L'arc soutendu par HL dans le triangle HEL rectangle, fera connaître l'angle E = 2ᵈ. 52', ou plutôt 1ᵈ. 26' des 360ᵈ du cercle, pour différence d'anomalie, et ainsi le point H où aboutit EH. C'est par ce moyen qu'ont été faites les équations des arguments vrais à l'apogée de l'excentrique.

7°. Pour construire une table qui complette l'anomalie de la Lune (fig. 7), ~~prenant~~ ayant l'équation du centre par ce qui est dit plus haut, 6ᵈ; la distance ~~[illegible]~~ double AB depuis l'apogée, EB = 43ᵖ. 43' des 49ᵖ. 41' de BD; l'angle BEM de la plus grande anomalie est = 6ᵈ. 54'. Mais elle était, dans l'apogée de l'excentrique, de 5ᵈ. 1', dont la différence est 1ᵈ. 53'; et dans le périgée, elle était de 7ᵈ. 40', dont la différence est 2ᵈ. 39'. Donc la différence d'anomalie dans l'apogée, d'avec l'anomalie dans une distance de 120ᵈ à l'apogée de l'excentrique, est de 1ᵈ. 53', tandis que la plus grande différence dans le périgée est de 2ᵈ. 39' qui étant réduits à 60', réduisent 1ᵈ. 53' à 42'. 38". ~~et de même~~ C'est ainsi, qu'en prenant les différences d'anomalie pour toutes les portions entre l'apogée et le périgée, on a pu dresser une table complète des anomalies de la Lune.

car si la ~~dista~~ distance double est 120^d, EB sera $43^p 43'$, en raison des $49^p 41'$ du

rayon de l'excentrique. L'angle BEM de la plus grande anomalie est donc de $6^d 54'$. mais la plus grande anomalie dans l'apogée de l'excentrique, a été trouvée de $5^d 1'$; et au ~~l'oppo~~ point oppos. de $7^d 40'$; donc leur différence est de $2^d 39'$. or la différence entre celle de l'apogée, et celle des 120^d de distance à l'apogée, est de $1^d 53'$. donc ~~si l'on fait des~~ ~~changé~~ $2^d 39'$ ~~en 6~~ devenant $60'$, $1^d 53'$ deviennent $42' 36''$.

~~[illegible]~~
~~ci-dessus,~~ Et prenant ~~[illegible]~~ les différences d'anomalies, pour toutes les positions entre l'a-
pogée et le périgée, on a pu dresser une table qui complète les anomalies de la Lune dans
~~[illegible]~~ ~~Soit la distance double 120d, on trouvera~~
~~[illegible]~~
~~EB de $43^p 43'$ selon~~ ~~en raison des $49^p 41'$ du~~

9°. Lorsque dans les Syzygies, la Lune dans les quadratures est dans la plus grande différence de son mouvement vrai au moyen, et que les anomalies du Soleil et de la Lune sont l'une à ajouter et l'autre à retrancher, la distance de la vraie Syzygie à la moyenne, peut être composée de la plus grande anomalie de chacun des deux astres, $= 5^{d}. + 2^{d}. 23' = 7^{d}. 24'$ dont le double est $14^{d}. 48'$, distance du centre de l'épicycle de la Lune à l'apogée de l'excentrique. D'où il s'ensuit pour les équations une différence qui ne va jamais à plus de 2'; car la Lune étant alors sur la tangente de l'épicycle dans les longitudes moyennes de l'épicycle, l'angle DEM est $= 14^{d}. 48'$; on a le rapport de DE qui est $10^{p}. 19'$ à EM et à MD; ensuite par BD $= 49^{p}. 41'$, et par MD, on connaît BM, puis BE, et par BE et BT $= 5^{p}. 15'$, on connaîtra l'angle BET que Ptolemée a trouvé de $5^{d}. 3'$, c'est-à-dire 2' de plus que quand le centre de l'épicycle était dans l'apogée de l'excentrique.

10°. Quand la Lune, dans les syzygies (fig. 9), est dans l'apogée ou le périgée moyen de l'épicycle, il est possible que la distance des lieux moyens du Soleil et de la Lune soit la plus grande anomalie du Soleil $= 2^{d}. 23'$ dont le double est $4^{d}. 46' =$ la distance du centre de l'épicycle à l'apogée de l'excentrique. La Lune étant donc en L, périgée moyen, l'angle DEM $= 4^{d}. 46'$ fera connaître par DE $= 10^{p}. 19'$, DM et ME. On trouvera ZX $=$ DM $= 9^{p}. 58'$ des 120^{p}. de DE $=$ EZ, ou $0^{p}. 51'$ des $10^{p}. 19'$ de DE $=$ EZ, dont ME $=$ EX $= 10^{p}. 17'$: d'où on conclut BM $= 49^{p}. 41'$, et BE $= 59^{p}. 58'$, et BX $= 70^{p}. 15' =$ BZ. Par une double analogie entre BZ, ZX, BL et LN, et entre BL, BZ, BN et BX, on trouve LN $= 0^{p}. 4'$, et BN $= 5^{p}. 15'$: donc l'angle BEL provenant de la déviation au-delà du centre E, ne vaut que 4' pour la différence entre le lieu vrai de la Lune et son lieu moyen, en cette position de cet astre au périgée: différence que Ptolemée a négligée dans le calcul des éclipses, parce-qu'elle ne produit pas $\frac{1}{8}$ d'heure.

11 et 12°. Pour observer les parallaxes et les passages de la Lune au méridien par les solstices, Ptolemée a pris trois règles dont une est fixe et verticale, et sert de pivot à

f. 10.

deux

aut

aut

aur

éga

aut

du

en

le

en

in

qu

D

de

$\frac{1}{8}$

a

2

le

v

n

2

n

le

l

deux autres inclinées et mobiles. L'une en-haut tourne par son extrémité supérieure autour du bout supérieur de la fixe; l'autre en-bas, par son extrémité inférieure, tourne autour du pied de la fixe. L'autre extrémité de la règle mobile d'en-bas, entre dans un anneau de l'autre extrémité de la règle d'en-haut. Celle-ci et la règle ou verge fixe, sont égales en longueur, et rayon du cercle que décrit la règle d'en-haut par son mouvement autour du bout supérieur de la verge fixe. La règle d'en-bas est égale en longueur au côté du carré inscrit dans ce cercle, et contient 84,51 parties de celles dont les deux autres règles en contiennent chacune 60. On marque sur cette règle d'en-bas, 60 parties prises depuis le pied de la verge fixe, et dans l'observation, on prend sur la règle d'en-bas, l'intervalle entre le pied de la verge fixe et le point où est arrêtée la règle mobile d'en-haut; et cet intervalle porté sur la verge fixe, indique ~~en~~ une corde, dont l'arc est du nombre de degrés qui répond à ~~par~~ cet intervalle.

12°. Ptolémée à Alexandrie dont la latitude était selon lui de 30°. 58', observa la Lune au commencement du Cancer, dans sa plus grande distance: il la trouva à 2°. $\frac{1}{8}$ du pôle de l'horizon, dans le méridien qui était alors le cercle de hauteur, et où était aussi le pôle de l'écliptique. Il n'y avait donc pas de parallaxe sensible. Retranchant 2°. $\frac{1}{8}$ de 30°. 58', restent 28°. 51': or l'écliptique est inclinée sur l'équateur, de 23°. 51', dont la différence d'avec 28°. 51' est 5°, qui est la plus grande latitude de la Lune.

13°. Ptolémée, 882 ans, 72 jours, 5 heures $\frac{1}{3}$ égales après l'ère de Nabonassar, vit le Soleil en 5°. 28' des Serres ou Balance, où il devait être en 7°. 31' par son mouvement moyen aussi en 25°. 43' du Sagittaire: ce qui donne 78°. 13' d'élongation moyenne, ~ 262°. 20' d'argument moyen, ou depuis l'apogée de l'épicycle, 354°. 40' d'argument de latitude moyenne depuis la limite boréale, et 7°. 26' d'anomalie ou équation additive; le lieu vrai de la Lune était donc alors en 3°. 10' du Capricorne, et en 2°. 6' pour l'argument vrai de sa latitude, ou en 4°. 59' de latitude boréale. Or 3°. 10' du Capricorne, sont à 23°. 49' au midi

× Ajoutant donc 30d. 58'

de l'équateur au nord duquel la latitude d'Alexandrie est de 30d. 58' × à 23d. 49', et en retranchant 4d. 59', on trouve 49d. 48' pour la distance vraie de la Lune au zénith. Mais cette distance apparente était de 50d. 55'; donc la parallaxe de la Lune était de 1d. 7'.

1~~2~~°. Pour connaître (fig. 16) la distance de la Lune à la terre; on connaît EH = 49d. 58', et ET = 50d. 55'. La Lune étant en D, on cherche le rapport de KD, distance de la Lune à AK, rayon de la terre. L'angle de parallaxe ADL du triangle rectangle ALD est = 1d. 7': son hypoténuse AD étant 120r, AL est = 2r. 21', et LD presque 120r. Or l'angle AKL = 49d. 48'; donc AK étant 1 rayon de la terre, AL = 0r. 46', et KL = 0r. 39'. Donc puisque AL = 2r. 21' : LD = 120r : : AL = 0r. 46' : 39r. 6', il s'ensuit que LD = 39r. 6'. Mais KL = 0r. 39'; donc 39r. 6' + 0r. 39' = 39. 45' rayons de la terre, pour la distance de la Lune à la terre.

Pour avoir; (fig. 17) le rapport des rayons de l'excentrique ~~et~~ de l'épicycle de la Lune, et celui de l'excentricité au rayon de la terre, l'angle AEB = 156d. 26' double de la distance en longitude moyenne entre le Soleil et la Lune qui est en L. Le périgée moyen étant K, et le vrai étant T; l'angle AEB, argument moyen de la Lune étant 262d. 20', l'arc KL est de 82d. 20', et l'arc TKL = 90d, et l'angle EBL est droit. On connaît par l'angle AEB, le rapport de ED à DM et à ME; mais on connaît celui de BD = 49r. 41' à DE = 10r. 19'; et par conséquent à DM et à ME. Mais par BD et DM on connaîtra BM : par BN = BM − NM = 2 EM, et par NZ = DM on connaîtra BZ; on aura donc l'angle ZBN et l'arc TK de 7d. 40'. Or BD est de 49r. 41' des 5r. 15' de BL, et BE = 40r. 4'; donc EL = 39. 45' rayons terrestres; donc DB en aura 48. 51'; B, 5. 10', et DE 10. 9'. Donc EA = 59r, et EG = 38r. 43'. Ces grandeurs connues serviront à faire connaître les distances de la Lune au centre de la terre en parties du rayon terrestre = 1 dans les syzygies et dans les quadratures &c.

14°. Ptolemée a trouvé la grandeur des diamètres du Soleil et de la Lune dans sa plus grande distance où elle paraît égale au Soleil, par le moyen de deux éclipses, dont la

A

F G C K E
D

B

* Soit autour du centre c, afbe le cercle de l'ombre dans le Lieu du passage de la Lune, parceque dans ces deux éclipses, elle étoit à peu près à la même distance du centre du monde. Soit ACB l'écliptique. Soit dans la 1e éclipse, la Lune en D, et dans la Seconde en e; fg le quart du diamétre de la Lune, ek sa moitié. on aura cd = 48' 1/2, et ce = 40' 2/3. mais ce = cf, donc fd = 7 5/6 mais fd = 1/4 du diamétre de la Lune; donc tout le diametre visible de la Lune est 31' 1/3, et le rayon de l'ombre ce = 40' 2/3. et comme par la proportion de Kl à ce, on a trouvé que cl contient 2 3/5 Kl, et que ce même rapport se trouve par d'autres comparaison, nous le conserverons. or ptolemée dit qu'il a trouvé à la vue par ses régles parallactiques, le diamètre du Soleil égal au diametre trouvé de la Lune, c'est à dire qu'il l'a trouvé ainsi dans l'apogée de la Lune.

première 126 ans, 86 jours, $16\frac{3}{4}$ heures, ~~après~~ de l'ère de Nabonassar, montrait le lieu moyen de la Lune sur ~~à~~ 25°. 22', et le vrai en ~~à~~ 27°. 5' des Serres. Son argument moyen était 340°. 5', et sa longitude depuis un des noeuds, $9°.\frac{1}{3}$. Sa latitude boréale était donc de $48'\frac{1}{2}$; et le quart du diamètre fut éclipsé vers le midi. La seconde, 224 ans, 196 jours, $10^h.\frac{1}{6}$ ou $9^h.$ 50', de cette même ère, le Soleil était en 18°. 12' du Cancer, la Lune moyenne en 20°. 22' du Capricorne, et la vraie en 18°. 12'. Son argument était de 28°. 5; sa distance en longitude loin du noeud, $7°.\frac{4}{5}$: donc sa latitude méridionale était de $40'\frac{2}{3}$, et la moitié du diamètre était éclipsée du côté du Septentrion. Or la différence des deux éclipses est $\frac{1}{4}$ du diamètre, et celle des latitudes est $7'\frac{5}{6}$. Donc le diamètre entier $= 4 \times 7'\frac{5}{6} = 31'\frac{1}{3}$ du méridien, pour le Soleil et pour la Lune. Ainsi le rayon de la Lune $= 15'\frac{2}{3}$, et celui de l'ombre, $= 40'\frac{2}{3}$. Leurs rayons sont donc comme $15\frac{2}{3} : 40\frac{2}{3}$ ou comme $1^r.\ 2^p.\ 36'$. *

15°. Pour le rapport de DG à NM (fig. 12 ~~N~~), ou du rayon du Soleil à celui de la terre, et de celui de DN à NM ou de la distance du Soleil à la terre en rayons terrestres, ~~donc NT = NH = 128p.~~ l'angle TNH $= 15'\frac{2}{3}$, dont NT = NH = 120^p. On a donc NT = $64^r.$ 10' de NM = 1^r: donc TH = 17'. 33" de NT = $64^r.$ 10', ou de NM = 1^r. Mais PR : TH :: 2+36' : 1; ce qui donne PR = 45'. 38" de 1^r. Or PR+TS = 2 NM = 2^r: donc retranchant PR et HT, restent 56'. 49" = HS. Or NM : HS :: NG : HG, et NG : HG :: ND : DT. Donc NM : HS :: ND : DT. Donc ND étant 1, DT sera 56'. 49", et TN sera = 3'. 11". Voilà donc le rapport de DT à TN, qui est connu. Mais NT = $64^r.$ 10' rayons terrestres; donc DT = 1145. 50' rayons, distance du Soleil à la terre, et DN = 1210 rayons terrestres. De plus, NT : TH :: ND : DG; donc DG, rayon du Soleil, = $5^r.$ 30': ce qui donne le rapport de DG, rayon du Soleil, à TH, rayon de la Lune, et celui de NM à PR, comme de PN à NX, qui se trouvera de 268^r = l'axe du cône d'ombre dans une éclipse centrale du Soleil; et les diamètres de ces trois corps étant cubés, feront connaître les rapports de leurs grosseurs, qui sont telles que la Lune étant 1,

16°. ~~[illegible]~~ La terre est $39\frac{1}{4}$, et le Soleil $6644\frac{1}{2}$. Selon

Ptolemée ~~établit~~ il suppose que les diamètres du Soleil et de la Lune soutendent le même angle à la vue, la Lune étant dans son apogée, et il n'a donné aucune variation au diamètre du Soleil, à cause de son excentricité extrêmement petite relativement à sa plus grande distance. mais albatani a trouvé que les éclipses qu'il a observées, ~~différoient en quantité~~ souvroient quant à la grandeur et au temps, des ~~celles qui résultats~~ résultats différens de ceux que ~~le calcul~~ de ptolemée ~~lui~~ avoit obtenus par ~~par~~ son calcul. cet arabe ~~cet arabe~~ dit avoir observé deux éclipses du Soleil, dont la premiere arriva l'an 1214 depuis la mort d'alexandre (790 de J.C.) dans la conjonction vraie du Soleil à 8½ heures du dixieme mois, et ~~fut~~ que pendant une heure temporaire à aracta. Le Soleil y fut éclipsé de plus des $\frac{2}{3}$ à la vue. or par le calcul, il étoit par son mouvement moyen en 20^d 54 du Lion, et par le vrai en 19^d 14' de ce signe; La Lune par son mouvement moyen en 17^d 50' du lion, et par son mouvement vrai dans le même lieu que le Soleil. L'argument de la Lune corrigé étoit de 332^d 57'. L'argument moyen de latitude, de 174^d 43'; et étant corrigé, de 167^d 41'. or le milieu de l'éclipse, c'est à dire la conjonction visible

Suivit la vraie de la 8e partie d'une heure. L'argument de latitude corrigé ~~était~~ est donc alors de 177d 11', la latitude vraie 16' boréale, et la latitude vue de 6' australe. cependant suivant le calcul de ptolemée, le soleil auroit dû être éclipsé de plus des 3/4, et le milieu de l'éclipse vu par l'instrument auroit dû se faire une heure avant.

La seconde éclipse arriva ~~arriva~~ la même année ~~x~~ trois 2/3 heures équinoxiales avant midi du 23 du mois Calbat, ~~arrivait~~ à antioche, le soleil s'éclipsa de plus de sa moitié à la vue; mais à aracta le milieu de l'éclipse se fit trois 1/2 heures équinoxiales avant midi, et le soleil y parut éclipsé de moins de ses deux tiers à la vue. ~~son~~ en mouvement moyen, était par le calcul, sur 7d 9' du verseau, en vrai sur 8d 37'. en mouvement moyen la lune était ~~sur~~ 12d 49' du verseau. L'argument corrigé de la lune était de 126d 22'; L'argument moyen de latitude de 173d 25; et corrigé il était de 169d 41'. ainsi la conjonction visible préceda la vraie d'une demi-heure. c'est pourquoi l'argument corrigé de la latitude fut de 168d 45', la latitude vraie de 79', et la latitude vue de 10'. or selon le calcul de ptolemée l'éclipse auroit dû être totale, et son milieu se faire deux heures apres le temps où on la vit.

albatani a aussi observé deux éclipses de Lune. La premiere, l'an 1206 de la mort d'alexandre, le 13 du mois Kenur. Son milieu tomba pour araita à 8 heures équinoxiales et un peu plus après midi, et il y eut un peu plus de la moitié et du tiers de la Lune qui fut eclipsé. par le calcul, le Soleil en ~~mouvement~~ mouvement moyen étoit sur 5^d 21' du Lion, et en mouvement vrai sur 4^d 2'. le mouvement moyen de la Lune la mettoit sur 8^d 45' du verseau l'argument moyen etoit de 93^d, 7 le corrigé de 94^d 10'. L'argument moyen de latitude de 100^d 49', ~~[illegible]~~ & le corrigé de 186^d 5', et la latitude méridienne de la Lune, d'environ 32'. ~~[illegible]~~ Selon le calcul de ptolemée, il ~~eut dû y avoir~~ cependant la moitié, le tiers et le huitieme du diametre auroient dû être eclipsés, et le milieu de l'eclipse préceder de $\frac{3}{4}$ d'heure équinoxiale le temps où on le vit.

La seconde arriva l'an 1224 de la mort d'alex, près 15^h $\frac{1}{3}$ du 2^d mois ab à antioche, mais près de 15^h $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ à araita ~~[illegible]~~ La Lune s'eclipsa d'un peu moins de son diamètre. par le calcul, le Soleil en mouv. m étoit sur 16^d 10' du lion, en mouv vr. sur 14^d 36'. la Lune par son mouv. m étoit sur 19^d 24' du verseau. car l'argum. corrigé étoit de 91^d 5'. l'arg. corr. de la latitude étoit de 185^d 21', & la latitude de la Lune de 28'. or suivant le calcul de ptolemée la moitié et le tiers du diametre auroient dû être eclipsés, et le milieu de l'eclipse arriver près d'une demie et un tiers d'heure avant le temps où on l'a vu.

albatani assure qu'il a trouvé en plusieurs autres eclipses de Soleil et de Lune, des résultats différens de ceux qu'il obtenoit par les tables de ptolemée

mais il n'a rapporté que celles qui
viennent d'être exposées, pour chercher
la cause de cette différence, parceque
dans chacune le Soleil étoit près de
l'apogée ou apside de son excentrique
et la Lune dans la distance moyenne
de son épicycle, et que la latitude
de la Lune étoit presque la même
en chacune, et du même côté de l'equateur
cependant la différence des latitudes etoit
de 3'50". mais la différence des portions
éclipsées fut de $\frac{1}{4}$ et de $\frac{1}{2}$ du $\frac{1}{8}$ du $\frac{1}{4}$. il trouva
donc que le diamètre de la Lune étoit de
33'20", et le rayon de l'ombre de 43'
30" à peu près. il examina les rapports
du mouvement vrai de la Lune en
une heure, tant à la grandeur du diametre
déja trouvé de la Lune à la vue, et sui-
vant le même rapport, par le mou-
vement vrai de la Lune en une heure
la Lune étant dans l'apogée ou apside
de son épicycle, lors des Syzygies, il trou-
va que le diamètre de la Lune dans
l'apogée de l'épicycle, est de 29 $\frac{1}{2}$ minutes.
Par le même rapport, du mouvement vrai
de la Lune en une heure, dans le point
opposé de l'apogée de l'épicycle, il trouva

le diamètre de la Lune, d'environ 35' 1". car il a estimé que la raison du mouvement inégal de la Lune en une heure étoit au diamètre tel qu'il paroit à la vue, comme 6 est à 6 moins $\frac{1}{8}$, c'est à dire comme 48 à 47, et partout il a ~~mis~~ compté en conséquence de ce rapport. mais il a conservé celui que ptolemée avoit établi entre le rayon de la Lune et le rayon de l'ombre, savoir de 15 à 13, ou de 1 à $2\frac{3}{5}$. ainsi il a trouvé le rapport du rayon de l'ombre dans l'apogée de la Lune, moindre que celui que ptolemée a fait d'environ $2\frac{2}{3}$ minutes. il ~~fait~~ diffère aussi ~~aussi une diff~~ de lui ~~dans~~ pour le diamètre du Soleil. car il dit que dans l'apogée, il est de 31 minutes $\frac{1}{3}$ comme ptolemée. d'où il conclut que le Soleil ne peut pas être entièrement éclipsé par la Lune, quand ces deux astres sont apogées. il a ~~examiné~~ cherché aussi ~~les~~ rapports du mouvement vrai du Soleil apogée, par ~~en une~~ heure, à son diamètre, et il a trouvé ~~que~~ ce diamètre, dans les autres positions, suivant la proportion du ~~son~~ mouvement horaire de cet astre à son diamètre, comme de 5 à 66, ou comme de 1 à $13\frac{1}{5}$, d'où le diamètre du Soleil périgée est de $33\frac{2}{3}$. ainsi la plus grande variation du diamètre Solaire entre l'apogée et le périgée est de $2\frac{1}{3}$. le diamètre de l'ombre varie enfin par l'approche et l'éloignement du Soleil.

L.V 68 75

car dans l'apogée de la Lune, le Soleil étant dans l'apogée de l'excentrique; il a trouvé que ce diamètre étoit de 1^{d} 17'. mais le Soleil ~~restant~~ étant dans cette position ~~aussi~~, et la Lune dans son perigée, il l'a trouvé de 1^{p} 32'. il ~~trouve~~ convient aussi que le diamètre de cette ombre, lorsque le Soleil est ~~dans so~~ périgée, ~~étant~~ est plus petit, de 1' 40" que le diamètre de cette même *ombre lorsque le Soleil est apogée. de tout cela, albategni* a conclu autrement la distance du ~~So-~~ ~~leil~~ centre du Soleil à la terre, et la longueur de l'axe de l'ombre. car selon ce qui précède, quand le Soleil et la Lune ~~se~~ sont dans leur plus grand éloignement, le diamètre est moindre de 1' 50" que le diamètre du Soleil à la vue. or la ~~difference~~ quantité dont le rayon de la Lune varie depuis l'apogée de l'epicycle jusqu'au point opposé, est de 5' 50". il a donc pris des $10\frac{1}{3}$ parties dont la distance de la Lune à la terre varie depuis l'apogée de l'epicycle jusqu'au point opposé, une portion proportionelle en raison de 5' 50" à 1' 50", laquelle a été de $3^{p}\frac{1}{4}$, qui retranchées de 64^{p} 10' ~~qui~~ de la plus grande distance de la Lune, laissent 60^{p} 55' pour la distance de la Lune à la terre, quand son diamètre paroit de $31\frac{1}{3}$. alors le rayon de l'ombre devient suivant ce rapport, de 40' 4" de là, par le moyen de la démonstration de ptolemée, ~~AB~~ D ou la distance du Soleil apogée a été trouvée de 1146 Rayons terrestres, et CNS longueur de l'axe de

l'ombre; de 254 ~~par~~ des parties de cette distan
et par le rapport du rayon de l'excentriq
du Soleil à la distance des centres de l'ex
cet excentrique et de la terre; il a trouvé
que l'excentricité du Soleil contient 38 ra
ons terrestres. c'est pourquoi la moindre
distance du Soleil est de 1070 de ces rayo
et la moyenne est de 1108. et quand
la Lune couvre et cache tout le Soleil,
la ligne YD de la ~~###~~ distance de leurs
centres est ~~###~~ de 1085 de ces rayons.
grandeurs des diamètres et des distan
qui sont confirmées par ce qui parai
dit albatani, dans les éclipses du Sole
d'où il conclut que ces rapports sont
certains.

(voyez à la ~~suite~~ fin de ce volume,
la démonstration que j'ai traduite
du grec d'aristarque, et comparez
entr'elles ces trois démonstrations de ptolemée d'aristarque,
et d'albatani)

17°. étant Données la distance du Soleil ou de la Lune à la terre et ~~sa hauteur ou~~ distance zénithale, chercher la parallaxe de hauteur: c'est-à-dire, par l'angle GKD. et le côté KD donnés, trouver HT. Dans le triangle rectangle ALK, on connaît le rapport de AK à AL et à LK; et dans le triangle rectangle ADL, le côté DL que l'on peut égaler à AD sans erreur sensible, à cause de la grande distance de la terre à l'astre. Alors par AD et AL on connoîtra l'angle LDA égal à l'angle DAZ à très peu près égal lui-même à l'angle dont le sommet est en K, et qui est appuyé sur l'arc ZT qui sera ainsi connu. (Or, à cause que AK est presque nul par rapport à EK, l'arc ZT ne surpasse que d'une quantité insensible l'arc HT que l'on connaîtra par ce moyen, et c'est l'arc qui mesure l'angle de la parallaxe).

18°. Ptolemée, (fig. 14) pour construire des tables de parallaxes, d'abord a supposé au Soleil, une distance de la terre égale à 1210 rayons terrestres qu'il donne à DK; et lorsque l'angle GKD = 90°, l'arc HT de la parallaxe n'est que de 1'.25". Ensuite il établit quatre termes pour la Lune, l'un de la Lune dans l'apogée de l'excentrique et de l'épicycle, où la ligne de distance est de 64r.10', l'arc de parallaxe est de 27'.9"; le second dans le périgée de l'épicycle et dans l'apogée de l'excentrique, où la ligne de distance est de 53r.50', et la parallaxe est 32'.27"; le troisième dans le périgée de l'excentrique et l'apogée de l'épicycle, où la distance est de 48r.53', et la parallaxe est 40'; et le quatrième dans le périgée de l'excentrique et de l'épicycle, où la distance est de 33r.33', et l'arc de parallaxe = 32'.30". 1°. Pour avoir les parallaxes de la Lune entre ces quatre termes, (fig. 15) ~~Soit l'excentrique ABG, son centre E, celui de sa terre Z,~~ ~~le centre de l'épicycle D~~ Soit AB = 60°. (fig. 15). il ~~[illegible]~~ = 60° = distance de la Lune à l'apogée de l'épicycle, ZE = 6p. dont le rayon de l'épicycle en a 5.15'. Il connaît par là le rapport de EB à BH et à HE: ce qui lui donne ZH, et par conséquent ZB et ZD. La différence de ZA à ZD ou AD = 10p.30', et à ZB, c'est 2p.37'. ~~Le~~ AD étant 60', la différence de ZA à ZB sera 14' qui seront la parallaxe pour 30°. de distance de la Lune à l'apogée, parceque la table ne compte que 90°. au lieu de 180. C'est pourquoi, quand le centre de l'épicycle est à l'apogée de l'excentrique, la Lune étant entre l'apogée

de l'épicycle et son périgée, on entre dans la table avec la moitié de l'argument, et suivant le rapport des minutes proportionelles entre le premier et le second terme, on prend la partie proportionelle de la différence des parallaxes du premier au second terme; dans la 7.e colonne qui contient les différences pour les lieux de l'apogée au périgée. On l'ajoute à la parallaxe du premier terme, contenue dans la 3.e colonne de la table, et on a ainsi la parallaxe cherchée pour le lieu où est alors la Lune dans l'épicycle. On aura de même les minutes proportionelles entre le troisième et le quatrième terme, le centre E de l'épicycle étant dans le périgée de l'excentrique. Alors le rapport de ZE à EA sera de 60 à 8, et la différence de ZA à ZB sera 3.p 37'. Mais AD, qui alors est = 16, étant supposé = 60, cette différence sera 13'. 13", que l'on écrira aussi à côté du nombre 30. Mais dans la huitième colonne qui contient les différences pour les lieux entre l'apogée et le périgée de l'épicycle dont le centre est alors au périgée de l'excentrique, on entre dans la table avec la moitié de l'argument, et suivant les rapports des minutes proportionelles du 3.e et du 4.e terme à 60, on prend la partie proportionelle de la différence des parallaxes du troisième et du quatrième terme; on l'ajoute à la parallaxe du 3.e terme, et on obtient ainsi la parallaxe cherchée dans ce cas.

Voilà comment on trouve les parallaxes pour les lieux de la Lune considérée seulement dans l'épicycle; mais pour tenir compte aussi de l'influence qu'a l'excentrique par son mouvement, l'angle AZB (fig. 16) au centre de la terre ou du Zodiaque est de 60.d, la Lune étant à 30.d d'élongation moyenne du Soleil. ZA étant = 60.p, ZB = 54.p 3', ZG = 39.p 22', ZA − ZG = 20.p 38'; et comme ZH est = 5.p 10', ZE étant de 10.p 19', ZD = HD − ZH = 13.p 43'. Donc ZA − ZG ou ZG = 20.p 38' étant faite 60, ZD = 17'. 18" qu'on écrit dans la 9.e colonne, vis-à-vis le nombre 30. Ainsi donc, quand la Lune n'est pas dans l'apogée de l'excentrique ou de l'épicycle, on entre dans la table avec l'élongation moyenne de la Lune

et du soleil, et on y prend dans la dernière colonne, la partie proportionelle de la différence: on l'ajoute à la parallaxe provenant de l'équation faite par les premier et second, ensuite troisième et quatrième termes, et l'on obtient par ce moyen, ~~l'équation~~ la parallaxe de la Lune dans le cercle de hauteur, pour le lieu où est cet astre dans l'excentrique et l'épicycle.

p. 56. ~~p. 61.~~

19°. Pour avoir la parallaxe de la Lune dans son orbite (fig. 17. ~~16~~) rapportée à l'écliptique, la longitude vraie depuis le noeud est AB; celle qui est vue est AK: en latitude, la Lune est vue en T, quoiqu'elle soit en D. Ainsi la parallaxe de latitude est DT; celle de longitude est TH, qu'il faut trouver. On connaît EB, arc du cercle vertical ou de hauteur depuis le pôle de l'horizon jusqu'à l'écliptique; mais on ne connaît pas EDZ arc du cercle vertical ou de hauteur jusqu'à la Lune dans son orbite. Il faudrait cependant le connaître, pour avoir DH qui ferait connaître DT et TH, au moyen de l'angle EZG sensiblement égal à l'angle DHT. Or celui-ci n'est pas connu, mais seulement l'angle EBG qui en est bien différent: c'est ce qui a induit Hipparque en erreur; car il a pris EBG pour DHT.

Quand le cercle vertical (fig. 18 ~~17~~) est perpendiculaire à l'écliptique, on trouve l'arc entre le pôle Z de l'horizon et la Lune, et l'angle EZG formé par ce vertical et l'écliptique; en considérant qu'il n'y a pas de parallaxe de longitude, dans ce cas. L'arc ZB est connu; la latitude BD ou BE de la Lune est donnée, et par conséquent l'arc ZD ou ZE que l'on cherche; car les angles formés aux points D et E par le vertical et l'orbite lunaire, diffèrent peu d'être droits, à cause du peu de latitude dans les éclipses.

Quand le cercle vertical (fig. 19) est le même que l'écliptique ABG qui est le cercle de latitude aussi, A étant le pôle de l'horizon, DBE est le cercle de longitude perpendiculaire sur l'écliptique, aux lieux de la latitude de la Lune. La latitude étant DB ou BE, pour avoir les arcs AD et AE, et les angles BAD et BAE, Ptolémée considère ces courbes comme des droites; et les ~~arcs AD et AE~~ angles en B étant droits, ils donnent les arcs

AD et AE : ce qui lui fait connaître les angles BAD et BAE de parallaxe de la latitude. Mais quand le cercle ZBK vertical tombe obliquement sur l'écliptique ABT, le cercle de longitude du lieu D ou E de la Lune étant DBE oblique sur l'écliptique, on cherche l'arc ZD ou ZE, et l'angle ZHA, ZTB par l'arc ZB = 45^d. du zénith à l'écliptique, par l'angle ZBA = 30^d, et la latitude BD = 5^d, ou BE = 5^d, ces arcs étant regardés comme des lignes droites. Or EBL = EBA − ZBA connus = DBK. On a donc le rapport de EB = 120^r, à EL et à LB : on a de même celui de BD = 120^r à DK et à KB. Mais les latitudes BE, DB sont connues ; on connaîtra DK, KB, EL et LB. On a donc ZK = ZB + BK et KD, dont les carrés font connaître ZD = 47^r. 54'. On a aussi ZL = ZB − LB et EL dont les carrés font connaître ZE = 42^r. 54'. d'où l'on parvient à connaître les angles DZK = 5^d. 10' et EZL = 5^d. 48'. Or l'angle DZK + l'angle ABZ = l'angle ZHA = 35^d. 10' ; et l'angle ABZ − l'angle EZL = l'angle ATZ = 24^d. 12' qui deviennent par là connus.

Ainsi donc la plus grande différence de parallaxe en latitude a lieu lorsque la Lune est à 90^d. du nœud ascendant, parce qu'alors il n'y a point de parallaxe en longitude. Et lorsque la Lune aura une latitude de 5^d, la plus grande différence de parallaxe qui pourra arriver alors, sera d'environ 10'. Enfin, dans les éclipses de Soleil, si la Lune est dans sa plus grande latitude, qui est alors de 1^d. $\frac{1}{2}$, la plus grande différence de parallaxe sera de 1' $\frac{1}{2}$. Mais cela est très rare.

Analyse

du sixième livre de l'Almageste.

1°. Ptolémée avait trouvé le lieu moyen du Soleil en 45' du 1.er d. des Poissons, à midi du 1 Thoth de la 1.e année de Nabonassar. La distance moyenne de la Lune au Soleil était alors de 70d. 37'. L'argument du Soleil ou distance de son lieu moyen à son apogée, était 265d. 15'. + l'anomalie depuis l'apogée de l'épicycle ou l'argument moyen de la Lune 268d. 49'. La distance du lieu moyen à la limite boréale ou argument de latitude, 354d. 15'. Divisant la distance moyenne au Soleil, par la distance de la Lune au Soleil en un jour, il a eu 5 jours 47' et 33" de jour: quantité dont la conjonction moyenne a précédé le midi de ce 1 Thoth. Or un mois lunaire a 29 jours 31'. 50" de jour; donc la conjonction moyenne suivante est arrivée 23. 44'. 17". jours depuis ce midi de ce même Thoth, et par conséquent le 24.e Thoth à 44'. 17" après midi. Par les mouvemens moyens, cette seconde conjonction s'est faite en 24d. 8'. 50" des Poissons. L'argument du Soleil était 288d. 38'. 50". L'argument moyen de la Lune, 218d. 57'. 15"; son argument moyen de latitude 308d. 17'. 21". C'est ainsi qu'on trouve les temps et les lieux des conjonctions moyennes.

2°. Sur ces données, il a construit des tables de conjonctions et d'oppositions pour le méridien d'Alexandrie; de 25 en 25 ans égyptiens depuis le 1.er de Nabonassar, 24d. 44'. 17" de Thoth; chaque ligne y a les syzygies moyennes avec ses argumens propres, dans le mois Thoth. Mais parcequ'en 25 ans les conjonctions moyennes retardaient de 2'. 47". 5''' de jour, sur les 25 ans, ce nombre d'années ayant cela de trop peu pour compléter des mois entiers; il a ôté ces 2'. 47". 5''' de jour, de la colonne des jours, et il a ajouté à celle des mouvemens moyens, les 353d. 52'. 34". 13''' parcourus par le Soleil outre ces circonférences, pendant les 25 ans; 54d. 21'. 44". 1''' pour l'argument moyen

de latitude, de ligne en ligne, dans la table des conjonctions; et dans celle des oppositions. Celle-ci a été conclue de la première en ce que la moitié du mois lunaire étant de 14j. 45'. 55", il ne restait plus que 9j. 58'. 22" pour l'opposition depuis le 24 Thoth, 44'. 17". Le moyen mouvement solaire était de 14d. 33'. 12"; l'argument moyen de la Lune de 192d. 54'. 30", et l'argument moyen de latitude, de 195d. 20'. 6". Tout cela retranché des époques des moyens mouvemens de la première conjonction de la 1re année de Nabonassar, a donné les époques de la première opposition moyenne dans cette même 1re année.

Une troisième table contient les Syzygies d'année en année: 13 lunaisons ont 18 jours 53'. 53". 48"' de plus que 365 jours; pendant ce temps, le mouvement moyen du soleil est de 18d. 22'. 59". 14"'; l'argument moyen de la Lune, 335d. 37'. 2". 51"', et celui de sa latitude, 38d. 43'. 4". Or 354 jours 24'. 1". 40"' font 12 lunes pendant lesquelles le soleil a parcouru 349d. 16'. 36". 16"'. L'argument de la Lune est 309d. 48'. 1". 53"', et l'argument moyen de latitude, 8d. 2'. 49". 42"'. Cette table montre les mouvemens pour les années de plus que celles qui sont contenues dans la 1re colonne. Ils sont composés tantôt des quantités des mouvemens pour l'espace de 13 lunaisons, tantôt de celles de 12 lunaisons, pour ne pas avoir une lunaison de trop. Cette table donne encore la Syzygie moyenne de l'année en question.

Enfin la table de 12 mois lunaires est faite par voie d'addition des moyens mouvemens pendant une lunaison de 29 jours 21 minutes 50 secondes, pour le soleil; de 29d. 6'. 23"; pour l'argument de la Lune, de 25d. 49'; pour sa latitude, de 30d. 40'. 14": ce qui sert à trouver la Syzygie moyenne suivante.

4°. L'usage de cette table consiste à y prendre les mouvemens moyens pour les nombres d'années en question, qui y sont contenus et comptés depuis l'époque de Nabonassar. Si l'on a des années de plus, on prendra pour ce surplus, dans les années simples, les mouvemens qui lui conviennent: on les ajoutera à ceux des années contenues dans la table. On aura ainsi la Syzygie moyenne; et par l'addition de ceux des mois posés dans leur table, la Syzygie moyenne la plus prochaine après.

Mais pour avoir la Syzygie vraie susceptible d'une éclipse, il faut connaître les mouvemens vrais en une heure: prenez d'abord l'équation de l'argument donné de la Lune

ou du Soleil, et celle d'un argument plus grand d'un degré. Prenez pour la Lune la partie proportionelle de leur différence dans la raison de 41'. 49". à 60'., ou de 2'. 28". à 60 pour le Soleil. Retranchez cette partie proportionelle de 32'. 46", ou de 2'. 28"., si l'argument est moindre que 45°., ou que 9°. ou ajoutez-la s'il est plus grand jusqu'à 180°. Les raisons de cela sont que l'argument vrai de la Lune, une heure avant ou après la rencontre ou moyenne, a 41'. 49" de différence d'avec l'argument moyen dans l'heure de la rencontre ou jonction moyenne par le mouvement de l'argument moyen dans une heure et par l'équation du centre, laquelle correspond à une heure, et que les équations de la Lune croissent jusqu'à 45°. de l'argument, et décroissent ensuite jusqu'à 180°. Et l'argument du Soleil croît en 1 heure de 2'. 28".; on a donc cette analogie: $\frac{4'.\ 48''}{2'.\ 28''}$: 60' : : différence des équations (anomalies) : partie proportionelle à ajouter ou à soustraire.

Ayant ainsi les mouvemens vrais de la Lune et du Soleil en une heure, retranchez celui du Soleil, de celui de la Lune; le reste vous donnera l'excès de la Lune sur le Soleil en une heure. Et pour trouver le lieu et le temps du contact vrai, prenez d'abord la rencontre ~~vraie~~ moyenne du Soleil et de la Lune, et ensuite leurs lieux vrais. S'ils sont les mêmes ou à 180°. de distance, vous avez par le temps moyen, le temps vrai. Mais s'ils sont différens, marquez cette différence; à laquelle ajoutez son douzième dont le Soleil se meut pendant cet intervalle; divisez cette somme par le mouvement horaire vrai de la Lune, et le temps que le quotient donnera, sera l'intervalle entre la rencontre vraie ou contact et la moyenne. Or la vraie suivra la moyenne, si le lieu du Soleil est plus avancé que celui de la Lune; et la vraie précédera la moyenne, si c'est la Lune qui est plus avancée que le Soleil, en longitude. Et le mouvement horaire du Soleil multiplié par le temps de l'intervalle entre la vraie et la moyenne application, rencontre ou jonction, donnera le mouvement vrai du Soleil par lequel on connoîtra le lieu de la vraie.

5°. Les diamètres de la Lune et de l'ombre ont été trouvés par la comparaison de deux éclipses de Lune près du périgée de l'épicycle. Dans la première de la 7°. année de Ptolémée Philadelphe, et non de la huitième de Naboth, comme dit Régiomontan ~~qui~~ d'après l'arabe albatani ~~que~~ ~~gérard~~ de Crémone, ~~[illegible]~~ que l'histoire et la chronologie, à 2 ½ heures égales avant minuit du 27 au 28 phamenoth de la 574°. année de l'ère de Nabonas=sar,

la Lune fut éclipsée de 7 doigts, à sa partie boréale: le milieu de l'éclipse fut à 2 heures égales après minuit. La Lune moyenne était sur 7^d. 49' du Scorpion; la Lune vraie sur 6^d. 16'; son argument de longitude ou distance de l'apogée de l'épicycle, 163^d. 40', et l'argument de latitude ou distance depuis la limite boréale, 98^d. 20', et ainsi à 8^d. 20' du nœud. Dans la seconde, arrivée la 607e année de l'ère de Nabonassar, à 2 1/3 heures moyennes, égales ou équinoxiales avant minuit du 2 au 3 Tybi, la Lune s'éclipsa de 3 doigts à sa partie méridionale, le Soleil étant en 5^d. 8' du Verseau. Le milieu de l'éclipse fut à 1^h. 50' avant minuit; et le temps depuis l'ère, 606 ans, 121^j. 10^h. 10'. La Lune moyenne était en 5^d. 16' du Lion, et la Lune vraie en 5^d. 8'; l'argument de longitude, 178^d. 46', et celui de latitude 280^d 36'. Ainsi, la distance depuis le nœud étant de 8^d. 20' (sur l'orbite dans la 1re éclipse avec la moitié et le douzième de son diamètre éclipsés; et dans la seconde, cette distance étant de 10^d. 36' avec le quart du diamètre éclipsé, cela fait pour la première, 48'. 3" de latitude méridionale sur le grand cercle perpendiculaire qui passe par les pôles de l'écliptique; et pour la seconde, 54'. 50" de latitude boréale de la Lune depuis l'écliptique. La différence des parties éclipsées est 1/3 du diamètre; celle des latitudes est 11'. 47". Donc multipliant cette dernière quantité par 3, on aura 35'. 21" pour le diamètre apparent de la Lune au périgée de l'épicycle. Or le quart de 35'. 21" est 8'. 50". 15‴ = le quart du diamètre, lequel quart était éclipsé dans la seconde éclipse, où ce quart du diamètre lunaire était dans l'ombre causée par l'interposition de la terre entre le Soleil et la Lune. Retranchant donc ce quart du diamètre lunaire), de la latitude de la Lune, dans cette seconde éclipse, ou 8'. 50". 15‴ de 54'. 50", restent 45'. 59". 45‴ pour le rayon de l'ombre. Donc comme ci devant à l'apogée, le rayon de l'ombre est à peu près le double et les 3/5 de celui de la Lune, au périgée. Mais celui du Soleil est de 15'. 40", et celui de la Lune, de 17'. 40" au périgée. Ces deux quantités ajoutées font 33'. 20". Donc quand les centres de ces deux astres sont à 33'. 20", ils peuvent entrer en contact, et l'éclipse commencera.

6°. Fig. 1. On parvient par ces quantités, à assigner les limites entre lesquelles le Soleil et la Lune peuvent être éclipsés dans leur contact; la distance de leurs centres est 33'. 20"; la plus grande parallaxe de la Lune pour les climats boréaux est de 58' vers le midi en latitude, et de 15' en longitude, ou de 8' en latitude vers le nord, et de 30' en longitude. La

plus grande différence entre le lieu vrai de contact vrai et le moyen, est de 3^d. qu'on trouve en ajoutant les plus grandes équations des deux astres, avec leurs treizième et le treizième encore de ce treizième, quantités que le Soleil parcourt pendant que la Lune parcourt ces équations. Ainsi la quantité entière parcourue par le Soleil, est environ le douzième du total de cette somme. Ce douzième étant joint à la plus grande équation du Soleil, la somme est 3^d. qui sont la plus grande différence entre le lieu moyen du contact moyen et le lieu vrai du contact vrai, laquelle est presqu'égale à la différence entre l'argument moyen de la latitude au moment du contact moyen et le lieu vrai du contact vrai. Ainsi le centre de la Lune étant en E, et celui du Soleil en A, DG est la parallaxe de longitude; EG celle de latitude. Quand celle-ci sera vers le midi, ce qui arrive lorsque la Lune est au midi du pôle de l'horizon, EG sera de 58'. Or AZE = 33'. 20"; donc AG = 1^d. 31'. 20". Mais AG: GB arc de l'orbite depuis le nœud jusqu'au lieu de l'éclipse : : 1 : 11½. Donc GB = 17^d. 26' qui avec l'arc GD = 15', fait 17. 41'. Or il peut y avoir 3^d. de différence entre les lieux vrai et moyen de contact; donc l'arc GB peut valoir 20^d. 41' limite au nord. Maintenant EG = 8' étant la plus grande parallaxe en latitude vers le nord, lorsque la Lune est au midi du Soleil, et AG = 8' + 33'. 20" = 41'. 20"; donc l'analogie AG : GB : : 1 : 11½, donne pour valeur de GB, 7^d. 52' qui avec GD = 30', fait 8^d. 22'. Car la différence provenant des anomalies des deux astres, monte à 7^d. 24', dont le treizième et le treizième du treizième sont 37' qui font le douzième de 7^d. 24'. Les ajoutant aux 2^d. 23' de l'anomalie du Soleil, la somme est 3^d. qui ajoutés aux 8^d. 22' de GB + GD, font 11^d. 22' limite au sud pour les éclipses de Soleil.

Pour celles de Lune, le rayon de cet astre étant 17'. 40", et celui de l'ombre de 45'. 56", leur somme AG = 1^d. 3'. 36". Or 1^d : 11½ : : 1^d. 3'. 36" : x = 12^d. 12'. Si donc l'opposition moyenne vient après la vraie dans la plus grande distance possible, il faudra ajouter les 3^d. de différence, ce qui donnera 15^d. 12' pour la plus grande distance possible du centre de l'épicycle au nœud dans l'opposition, où la Lune entre en contact avec l'ombre de la terre. Il n'y aura donc pas d'éclipse de Lune toutes les fois qu'elle sera entre 74^d. 48'. et 105^d. 12', ou entre 285^d. 12' et 254^d. 48'; de même qu'il n'y aura pas d'éclipse de Soleil, toutes les fois qu'il sera entre 69^d. 19' et 101^d. 22', et entre 258^d. 38' et 290^d. 41' comptés depuis le nœud.

6°. Limites écliptiques ☉ . . . . 20d. 41'. . . . 11d. 22'.
doubles 41. 22. . . . 22. 44
Arc non écliptique de l'orbite . . . . 138. 38. . . 157. 16.
Limites écliptiques ☾ . . . . 15. 12. . . . 15. 12.
double . . 30. 24. . .
Arc non écliptique de l'orbite . . . 149. 36. ☾
Le plus grand arc non écliptique est . . . . . 157. 16. ☉

Or en cinq grands mois ou moins de six mois après une éclipse de lune, on pourra en avoir encore une, car

Mouvement moyen du ☉ . . . 145d. 32'
Equation additive . . . . 4d. 38'
Mouvement ☾ dans l'épicycle . . 129. 5.
Equation soustractive 8. 40
Somme des anomalies = . . . 13. 18'
ou retard de ☾ sur ☉ . . . . . . 1. 6 douzièmes
Différence des mouvemens vrai et moyen . ☉ } par l'addition du douzième à l'anomalie . ☉ } 5 . . 44'
Argument de latitude ☾ en 5 mois . . . 153 . . 21
Somme . . 159d. 5'

A 11d. 30' loin des nœuds sur l'orbite lunaire, la moitié de la somme des rayons de ☾ + de l'ombre est $\frac{56'. 24'' + 1^d. 3'. 36''}{2} = \frac{2^d}{2} = 1^d < 1^d. 3'. \frac{2}{3}$.
Et le double de la limite 11d. 30' est 23d.
dont la différence d'avec 180d, est 157d.

Or 157 est un nombre plus petit que 159d. 5', mais plus grand que 149. 36' arc non écliptique; donc la Lune peut souffrir deux éclipses à la distance de cinq grands mois l'une de l'autre, puisqu'elle a 1d. 49 d'avance au-delà de l'arc non écliptique.

Mouv. moy. des deux astres 203d. 45' en 7 petits mois
Argument de la Lune 180. 43
Diminution par l'équation du ☉ . . . 4d. 42'
Augmentation par l'équation de ☾ 9. 58
Somme des anomalies ou différence entre le mouv. m. ☉ et le mouv. vrai de ☾ qui est plus grand } 14d. 40
1. 13 douzième
4. 42 eq. ☉
différence entre le m. v. ☉ en 7 petits mois et son m. m. en 7 mois égaux, égale à la différence d'argum. de latitude ☾ en sept petits mois, et de son argum. de latit. en 7 mois moyens, qui est plus grand et égal à . . . . 5d. 55'
. . . 214d. 42'
Donc argum. vrai de latit. ☾ = . . . 208d. 47 — 208.47 / 203. / 5.47
Arc écliptique après 6 mois 203d
Mais il faudrait pour une seconde éclipse après 6 mois révolus, moins de 208d. 47', et même moins de 203d; donc

la Lune ne peut pas être éclipsée deux fois en six mois puisqu'étant en 208d. 47', elle a passé la limite écliptique.

3°. Mouv. vr. de latit. ☾ . . . 159. 5' en 5 grands mois.
Somme des rayons ☉+☾ . . . . 0.32 = longit. ☾
Distance ☾ du nœud 6.12
Arc non écliptique de l'orbite = 167.36 > 159.5', de 8d. 31'
Arc non éclipt. du cercle perp. = 159.50 > 159.5' de 0. 45'
Donc si la parallaxe ☾ est 0, ou = ou < 45' point d'éclipse
Mais 5 mois égaux = 147 jours 15h $\frac{3}{4}$
Différence des mouv. ☉ et de ☾ . . 13.18
1. 6
Arc parcouru en 1d. 2h. ½ = 148d. 18h — 14. 24 parcourus en 1d. 2h. ½
Or dans les 2d. de la Vierge, la parallaxe ☾ = 0. 27'
Et dans les 2. du Verseau 6h plutôt, elle est . 0. 22
Leur somme pour le climat de 12h ½ est = 0. 49 > 45
Donc ce climat peut avoir deux éclipses de ☉ en 5 grands mois

4°. Ce même climat peut avoir deux éclipses de soleil en sept mois moyens, car
L'argument vrai de la latit. ☾ . . . . = 208d. 47'
L'arc non écliptique de l'orbite = . . 192. 24
différence = 16. 23
Arc non écliptique du cercle perp. = 207. 22
différence . . +1. 25.
Donc pour une seconde éclipse, il faut une parallaxe plus grande que $\left(\frac{1^d. 25}{2}\right) = 0. 42$
Or la différence des mouvemens ☉+☾, = 14. 40'
douzième 1. 13
Arc parcouru par la Lune en 1d. 5h . . . 15d. 53'. mouv. moy.
Sept mois de mouv. moy. ☾. 206d. 17
différence . 209. 12
Donc la seconde éclipse, si elle a lieu au bout de 7 mois, arrivera 12h après la première. Or elle aura lieu pour les climats plus boréaux que celui de Rhodes, puisque les parallaxes ☾ moins celles ☉ sont, pour eux plus fortes que . . . . . $\frac{1^d. 25'}{2}$

5°. mouv. moy. 29d. 6'. — équat. ☉ = 1d. 8'.
Argument ☾ . . 25. 49. — équat. ☾ = 2. 28
3. 36
douzième . . 0. 18' + 1d. 8' = 1d. 26
Différence du mouv. vrai ☉ en 1 petit et 1 moyen mois, 1d. 26' = différ. des argum. ☾.
Argum. latit. moy. ☾. 30. 40
Mouv. m. ☾ en latit. = 29. 14 qui font 2d. 33'. sur le cercle perp.
Arc écliptique du cercle perpendiculaire 1. 6
Parallaxe qui serait nécessaire pour une éclipse 1. 27 de soleil.
Mais aucune parallaxe n'est aussi forte. Donc il ne saurait y avoir une seconde éclipse pour un même lieu en un seul mois.

M.

7°. Pour composer ses tables des éclipses, Ptolemée a vu que la Lune décrit dans son orbite inclinée des arcs différens à la vérité de ceux qui leur correspondent dans l'écliptique, mais que cette différence est presque nulle. (fig. 2) A étant le nœud, et la Lune en B, son lieu vrai sur l'écliptique est en D déterminé par la perpendiculaire BD. Ainsi en prenant AG au lieu de AD, la différence GD est de trop; mais cette différence n'est presque rien, car AB et AG étant de 12^{d}., BD en vaudra 1^{d}., AD 11^{d}. 58', et AG ne différera de AD que de 2'. ~ Ainsi on peut prendre indifféremment les arcs de l'orbite pour ceux de l'écliptique.

Les trois temps d'une éclipse, le commencement, le milieu et la fin, (fig. 3) se déterminent par la partie obscurcie. Car si elle est de 3 doigts, le centre du Soleil étant en A et celui de la Lune en B, AB qui est le rayon du Soleil égal à celui de la Lune dans la plus grande distance de celle-ci, vaut 7'. 50'. AG = 31'. 20" − 7'. 50" = 23'. 30"; et BG = 20'. 43". Dans la plus petite distance de la Lune, AB est 33'. 20"; donc, en résolvant les triangles (:, AG = 25'. 30", et BG = 21'. 28" pour les éclipses de Soleil; or BG est le trajet depuis l'immersion jusqu'au milieu, et GD = BG jusqu'à l'émersion pour celles de Lune, dans sa plus (: grande distance, le centre de l'ombre étant en A, AB = le rayon de l'ombre terrestre, plus celui de la Lune moins le quart éclipsé de celle-ci. Or au moment de l'immersion il n'y a encore rien d'éclipsé; donc dans la plus grande distance AB = 40'. 44" rayon de l'ombre + 15'. 40". rayon de la Lune, au contact, = 56'. 24". Prenant la valeur des doigts en minutes du rayon pour la plus grande distance, c'est 7'. 50" pour 3 doigts (:.

Mais AG = 56'. 24" − 7'. 50" = 48'. 34", et BG = 28'. 41". valeur depuis l'immersion qui est le premier temps jusqu'au milieu qui est le second temps, et GD = BG depuis le milieu jusqu'à l'émersion, qui est le troisième temps (:. Dans la moindre distance, AB en commençant au point de contact à l'immersion, est égal à 45^{d}. 56" rayon de l'ombre, plus au rayon de la Lune 17'. 40" = 63'. 36". Mais au milieu, AG = 54'. 46" = 63'. 36" − 8'. 50" valeur du quart dans la moindre distance. Et BG trajet depuis l'immersion jusqu'au milieu = 32'. 21" = GD ~ trajet jusqu'à l'émersion.

Quand il y a demeure dans l'ombre, (fig. 4) on distingue cinq temps. Par exemple, l'éclipse étant de 15 doigts, AB dans la plus grande distance = 56'. 24"; AD = AB − $\frac{5}{4}$ de 31'. 20" = 17'. 14"; AG = 25'. 4", et c'est le premier temps. Ensuite, jusqu'à l'immersion totale G,

c'est le second temps; depuis cette immersion jusqu'au milieu D, c'est le troisième; depuis ce milieu jusqu'à l'émersion F, le quatrième; et depuis cette émersion commencée jusqu'à l'émersion totale, dernier contact ou fin Z, c'est le cinquième. La demeure est de G en E: or GE = 36'. 24" pour la plus grande distance; et l'éclipse entière, à cause de BG, = 39'. 30", = 1d. 39'. 24". Mais pour la plus petite distance, AB = 63'. 36", AG = 28'. 16", AD = 19'. 26", BD = 60'. 34", GD = 20'. 32", et BG = 40'. 2" qu'on trouve par les carrés et les racines des côtés de ces triangles. On a pour la demeure 41'. 4"; pour l'éclipse entière 2d. 1'. 8", et pour leur durée en temps, le quotient de ces quantités divisées par le mouvement horaire de la Lune.

8°. (fig. 5) On connaît la quantité de la partie ZD = 3p. éclipsée sur le disque ABG 1°. du Soleil divisé en 12p, en divisant par ET = 9p. 10' = ED + TZ − ¼ ED = 6p. + 6p. 10' − 3p, la différence des carrés de AT = 6p. 10' et de AE = 6p, qui donne celle de EK et de KT, 13'. 18". La moitié de cette différence-ci avec la moitié de ET qui est leur somme, donne pour EK, 4p. 28', et pour KT, 4p. 42': d'où par la résolution des triangles on tire AK = GK = 4p., et les triangles AEG = 17p. 52', et ATG = 18p. 48'. Prenant pour le rapport du diamètre à la circonférence, 1 : 3. 8'. 30" qui est entre 1 : 3 1/7 et 1 : 3 10/71 d'Archimède, la circonférence ABGD = 37. 42, le cercle ABGD = 113p. 6' et AG = 8p. = 80p.; l'arc ADG = 83d. 37 de 360d, et le secteur AEGD = 26p. 16'. Or 26p. 16' − 17p. 52' = 8p. 24' = le segment ADGK. Pareillement on a la circonférence AHGZ = 38. 46; la corde AG = 77p. 50'; l'arc AZG = 80d. 52'; le cercle AHGZ = 119p. 32' et le secteur ATGZ = 26p. 51'. Or 26p. 51' − 18p. 48' = 8p. 3' = le segment AZGK. Mais 8p. 3' + 8p. 24' = 16p. 27' = l'espace éclipsé ADGZA du Soleil; donc ¼ de son diamètre étant éclipsé, la quantité éclipsée de son disque regardé comme 12, sera 113p. 6' : 16p. 27' : : 12 : x = 1 doigt ¾, c'est-à-dire les 7/48 de la surface du Soleil, ou un peu plus d'un huitième. 2°. Pour la Lune ABGD, le quart DK de son diamètre étant dans l'ombre AHGZ, dont le diamètre est 31p. 12' suivant la raison de 1 à 2p. 36'; ET = 15p. 36' + 6p. 3' = 18p. 36'. AE = 6, AT = 15. 36'; ABGD = 37p. 42'; la circonférence AHGZ = 98p. 1'; le cercle ABGD = 113p. 6', et le cercle AHGZ = 764p. 12'. La division de la différence des carrés de AE et de AT par ET donne EK et KT; et à cause de l'angle droit K, on trouve AK = KG: ce qui donne AG. Multipliant ½ AG par EK et par KT, on a la surface des deux triangles AEG et ATG; mais la corde commune AG évaluée en degrés des 360 des deux circonférences dont le diamètre est 120, fait connaître l'arc ADG = 108d. 8', et l'arc AZG = 35d. 4'. Les analogies 360 : 108. 8' : : 113. 6': secteur ADGE = 32. 24', et 360 : 35. 4' : : 764. 12': secteur AZGT = 74. 28'. Cela

Secteurs moins les triangles, donnent AZGDA = 19. 27' et 113ᵈ. 6' : 19ᵈ. 27' :: 12ᵈ. : 2ᵈ. 15 fait voir que quand le quart du diamètre de la Lune est dans l'ombre, elle a deux doigts 15 de son disque éclipsés, ou les $\frac{31}{180}$ de sa surface, c'est-à-dire un peu plus d'un sixième.

9°. Si l'on veut prévoir le nombre des doigts éclipsés dans une éclipse de Lune, on retranchera la latitude donnée de la Lune, de la somme des rayons de la Lune et de l'ombre : on multipliera le reste par 12, et on divisera le produit par le diamètre de la Lune. Si le quotient est moindre que 12, l'éclipse sera partielle ; s'il est 12, elle sera totale, mais sans demeure ; s'il est plus grand que 12, elle sera totale avec demeure. Pour trouver par les doigts éclipsés et par les rayons de la Lune et de l'ombre, la latitude de la Lune au milieu de l'éclipse, multipliez ces doigts par le diamètre apparent de la Lune ; divisez le produit par 12, et retranchez ce quotient de la somme de ces rayons : le reste sera la latitude cherchée. Son argument ou la distance au nœud se trouve ou par les tables de latitude ou par le rapport de 1 à 11½.

Ayant la latitude vraie en un instant donné, et la parallaxe de latitude ; si l'une et l'autre sont d'un même côté de l'écliptique, vous les ajouterez, sinon vous retrancherez la plus petite de ces quantités de la plus grande, et le reste sera la latitude apparente du côté de la plus grande, dans l'orbite lunaire. Mais pour avoir la longitude apparente, il faut prendre pour l'instant donné, la parallaxe de la Lune en longitude ; et si la Lune est entre le nœud ascendant et le 90.°, ajoutez cette parallaxe au lieu vrai en cet instant ; la somme sera le lieu apparent. Mais si la Lune est entre le 90.° et le nœud descendant, vous retran=
=cherez la parallaxe, et le reste sera le lieu vu en longitude. Le mouvement apparent de la Lune en une heure donnée, se détermine par la différence des lieux apparens de la Lune au commencement de cette heure et à la fin, ou par les parallaxes ; si celle du commencement est plus grande que celle de la fin, retranchez-en la différence du mouvement vrai en une heure ; si elle est plus petite, ajoutez-l'y, et vous aurez le mouvement apparent en une heure, quand la Lune est entre le nœud ascendant et 90.° Au contraire, il faut ajouter cette différence au lieu de la retrancher, et la retrancher au lieu de l'ajouter, quand la Lune est entre 90.° et le nœud descendant. Mais si la parallaxe est plus petite au commencement qu'à la fin, il faut ajouter la différence entre le nœud et 90.°, et la retrancher entre 90.° et l'autre nœud, et

vous aurez l'excès apparent de la Lune, en prenant l'excès vrai au lieu du mouvement vrai.

10.° Vous déterminerez la conjonction apparente du Soleil et de la Lune, en prenant la parallaxe de la Lune par rapport au Soleil en longitude. Si elle se fait suivant l'ordre des signes, ce qui arrive quand le lieu de la conjonction est entre le nœud ascendant et 90.°, la conjonction vraie suit l'apparente. Alors si la parallaxe horizontale en longitude est plus grande, la parallaxe dans la conjonction apparente sera plus grande que dans la conjonction vraie. Mais si elle se fait contre l'ordre des signes, ce qui arrive quand le lieu de la conjonction est entre 90.° et le nœud descendant, la conjonction vraie précède l'apparente; et alors si la parallaxe horizontale est plus grande, la parallaxe dans la conjonction apparente sera encore plus grande que dans la conjonction vraie. Mais s'il n'y avait pas de parallaxe en longitude, ce qui n'arrive que quand le lieu de la conjonction est à 90.° du nœud ascendant, alors la conjonction apparente sera la vraie.

Cherchez donc la parallaxe de la Lune en longitude pour l'heure de la conjonction vraie, et son mouvement apparent en une heure, par l'heure qui précède la conjonction vraie, si c'est avant le 90.e; ou par celle qui la suit, si c'est après. Divisez cette parallaxe par ce mouvement apparent: vous obtiendrez le temps de l'intervalle de la conjonction apparente à la vraie. Ajoutez-le au temps de la conjonction apparente, ou retranchez-l'en, et vous aurez la vraie par la somme ou le reste. Pour plus de certitude, cherchez les lieux vrais des deux astres et la parallaxe de la Lune en longitude relativement au Soleil; si la distance de ces lieux est égale à cette parallaxe, tout va bien; car cette égalité est inséparable de la conjonction apparente.

Vous connaîtrez d'avance les doigts qui seront éclipsés dans une éclipse de Soleil, en cherchant la latitude apparente de la Lune pour l'heure de la conjonction apparente, et la parallaxe apparente en latitude. Vous aurez par ce moyen la distance apparente des centres du Soleil et de la Lune. Vous prendrez les quantités de leurs rayons apparens: si leur somme est égale à cette distance, vous n'aurez pas d'éclipse dans votre pays, quoique le Soleil et la Lune soient en contact. Si cette somme est plus grande, retranchez-en cette distance; le reste sera la partie éclipsée du Soleil. Multipliez-la par 12, et divisez le produit par le rayon apparent du Soleil; le quotient est le nombre des doigts éclipsés. S'il n'y avait pas de distance visible entre les centres, le centre de la Lune

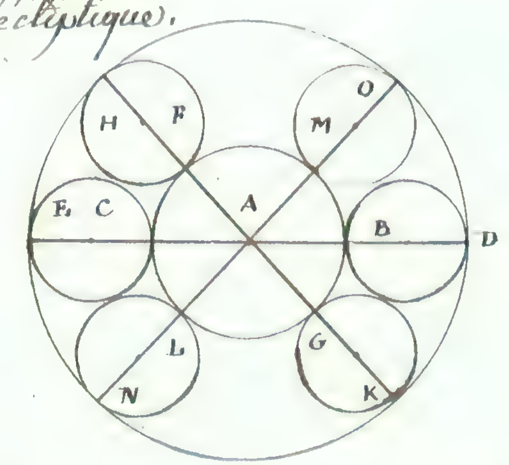


tomberait visiblement sur celui du Soleil, et alors arriverait la plus grande éclipse, surtout si le Soleil était dans l'apogée de l'excentrique, et la Lune dans le périgée de l'épicycle, et il y aurait demeure.

C'est ainsi que les tables de Ptolemée ont été construites.

11.° (fig. 6) Les angles formés par l'écliptique et par le cercle qui traverse le Soleil et la Lune, ou la Lune et l'ombre, en leurs centres, au commencement et à la fin des éclipses et des demeures dans l'ombre, sont les angles BAE de l'écliptique et de l'orbite au commencement de l'éclipse, et BAD au commencement de la demeure. Or AE = les rayons de la Lune et de l'ombre; AD = le rayon de l'ombre — le rayon de la Lune; AG est la latitude de la Lune au milieu de l'éclipse. Ces trois quantités sont connues; on connaît donc dans le triangle rectangle EAG, EA et AG, et par le rapport de ces côtés, l'angle AEG = BAE = 31.° 1.' si AG est 16. 40' des 32. 20' de AE = 120. Pour les éclipses de Soleil dont le centre est A, le rayon AG, et E le centre; pour les éclipses de Lune, en sa moyenne distance, son centre étant en E, et celui de l'ombre en A, AE sera de 60.p, et AD = 26. 40.', et = 10. 0' au milieu de l'éclipse de 18 demi-doigts. Donc AE étant 120, AG = 20, et l'angle AEG = BAE = 19.° 12' des 360° de deux angles droits, ou 9.° 36' des 360° de quatre angles droits. Ou si AG = 45.p de AD = ~~44.~~ ×120p., l'angle ADG = BAD = 44.° 2' des 360 de deux angles droits, ou 22.° 1' des 360.° de quatre angles droits.

Après avoir ainsi calculé les angles pour tous les doigts, Ptolemée en a fait une table dans laquelle il entre avec les doigts éclipsés, en supposant la Lune dans la longitude moyenne de l'épicycle. Par le nombre des doigts éclipsés et la somme des rayons, il trouve ainsi l'arc AG qui lui donne l'angle d'inclinaison ou d'inflexion de la partie éclipsée de l'astre, relativement à l'écliptique.



12.° Pour faire entendre les deux derniers chapitres de Ptolemée, qui sont très-

obscure, ~~[illegible]~~ Regiomontan ~~dit [illegible]~~ pour les inflexions ou directions de la partie éclipsée relativement à l'écliptique; le cercle de l'ombre terrestre ayant son centre en A, sur l'écliptique BAC, je détermine les angles dont il vient d'être parlé par le moyen du cercle ~~BEN~~ DNE dont le pôle est A. Si la Lune est dans l'écliptique en B au commence=ment, les ténèbres seront vers l'orient E. Si à la fin elle est sur C, elles inclineront vers l'occident D. Si la Lune est dans une latitude boréale F, au commencement de l'éclipse ou de la demeure, l'inclinaison sera vers le sud-est K de la quantité de l'angle BAF connu par la proposition précédente. Mais si elle est dans une latitude australe L, cette inflex=ion des ténèbres sera vers le nord-est O.

Mais si à la fin de l'éclipse ou de la demeure, la Lune est dans une latitude boréale M, la partie ténébreuse s'inclinera vers le sud-ouest N; et si elle est dans une latitude australe G, on verra l'inflexion au nord-est H, des angles EAN, HAE de la figure 6.

Il en est de même pour les éclipses de Soleil, si ce n'est qu'au lieu du cercle d'ombre, il faut substituer le Soleil, et concevoir les parties ténébreuses ou éclipsées dans un ordre tout opposé à celui qui a lieu dans les éclipses de Lune; car au commencement de l'éclipse, si la Lune est en B, le Soleil sera éclipsé vers l'occident D. Et à la fin, si elle est en C, il sera éclipsé vers l'orient E. Ptolemée a construit ainsi sa table des angles pour les commencemens et les fins des éclipses solaires et lunaires, par les diverses inflexions.

P C H A T M O F B G N K D Q L

L'inflexion des parties éclipsées se détermine aussi relativement à l'horizon NPOQ. Soit N le point occident équinoxial, O l'orient, P le nord, Q le sud. DBAC est la moitié de l'écliptique au-dessus de l'horizon; D l'occident d'été, C l'orient, seront donnés par ce qui a été dit dans le second livre, ainsi que les arcs OC et ND de l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur. Le centre du Soleil ou de l'ombre étant en A, et celui de la Lune en F, FB la latitude de celle-ci, le grand cercle passant par les centres LFAH; pour avoir l'arc OH =

NL de l'horizon dont le pôle est T, prolongez l'arc TK perpendiculaire sur LH jusqu'à l'horizon en G; TG sera un quart de cercle comme TM. Dans le triangle sphérique FAB rectangle en B, on connaît les côtés FB et FA; ce qui fait connaître l'angle FAB. Mais l'angle TAC est connu par le point A donné et par le temps aussi donné suivant la 45.e proposition du Livre 2.d L'angle de suite TAB sera donc connu, et par conséquent l'angle TAK = TAB − FAB. Ainsi dans le triangle TAK rectangle en K, on connaît l'angle A, et le côté TA par la 45.e proposition du Livre 2.d On aura donc le côté TK, et par conséquent l'arc entier GK qui donne la valeur de l'angle GHK dont le supplément est l'angle AHM. Mais on connaît l'arc AM complément de l'arc TA; donc dans le triangle HMA, on a l'angle HAM = TAK: ce qui donnera l'arc HM. Ensuite dans le triangle CAM rectangle en M à cause de l'arc vertical TM sur l'horizon, connaissant les côtés CA et AM, on a l'angle CAM = l'angle TAB, et par conséquent le côté CM. Or on connaissait déjà l'arc HM; donc on connaîtra l'arc CH. Mais l'arc OH = OC + CH; donc on aura ainsi l'arc de l'horizon intercepté par l'inflexion de la partie éclipsée.

Analyse du Septième livre de l'Almageste.

1°. Les étoiles sont fixes quant à leur position qui ne change jamais les unes à l'égard des autres ; car Ptolemée a reconnu entr'elles les mêmes distances linéaires qu'Hipparque avait décrites plus de 260 ans auparavant. Ptolemée a ajouté d'autres figures linéaires à celles d'Hipparque ; et, dit Regiomontan, nous voyons ces configurations toujours les mêmes, quoique plus de 1300 ans après Ptolemée.

2°. Mais les étoiles ne sont pas fixes, quant au mouvement qu'elles ont toutes en commun d'occident en orient ; car l'Epi de la Vierge, que Timocharis avait observé sur 8^{d}. précédant l'équinoxe d'automne, fut trouvé par Hipparque sur 6 degrés seulement précédant ce point. Ptolemée a remarqué aussi qu'elles s'avançaient vers l'orient : car la fin du Taureau étant au méridien, il observa, l'an 2 d'Antonin, le 9 du 8e mois des égyptiens, le Soleil en 3^{d} des Poissons, et la Lune à $92^{d}\frac{1}{8}$ du Soleil ; et le dernier degré des Gémeaux passant au méridien l'an 9 en $3^{d}\frac{1}{24}$ et l'autre en $5^{d}\frac{1}{6}$ ou en $5^{d}\frac{2}{3}$ des Gémeaux au méridien, à cause de la parallaxe, une demi-heure après le coeur du Lion paraissant à $57^{d}\frac{1}{6}$ à l'orient de la Lune, était donc à $24^{d}\frac{4}{6}$ ♊ + 30^{d} ♋ + $2^{d}\frac{2}{3}$ ♌ ou $32^{d}\,30'$ du solstice d'été. Or du temps d'Hipparque, cette étoile en était à $29^{d}\,50'$ vers l'orient ; donc en 265 ans elle s'était avancée de $2^{d}\,40'$ d'occident en orient avec tout le ciel étoilé : ce qui fait environ 1 degré en cent ans.

3°. Le mouvement commun des fixes se fait autour de l'axe de l'écliptique et sur ses pôles. Car les latitudes des étoiles, observées par Timocharis et par d'autres avant Hipparque, ont été trouvées les mêmes par Hipparque et ensuite par Ptolemée, sauf les petites différences qui provenaient de l'imperfection des instruments et du trop peu d'exactitude dans les observations. Mais les déclinaisons de ces étoiles n'ont pas été vues les mêmes par Hipparque que par Timocharis, ni par Ptolemée que par Hipparque. Car les déclinaisons australes leur ont

paru moindres, et les boréales plus grandes, dans l'hémisphère qui contient l'équinoxe vernal, depuis le Solstice d'hiver jusqu'au Solstice d'été, et au contraire pour l'hémisphère opposé; desorte que les plus grandes différences sont aux environs des équinoxes et les plus petites, près des solstices. Ainsi Timocharis a vu la claire de l'Aigle à 5.d $\frac{4}{5}$ de déclinaison bor. comme Hipparque, et Ptolemée à 5.d $\frac{5}{6}$. La mitoyenne des Pléïades déclinait du temps de Timocharis, de 14.d $\frac{1}{2}$ au nord; du temps d'Hipparque, de 15.d $\frac{1}{2}$; du temps de Ptolemée, de 16.d $\frac{1}{4}$; Aldebaran, de 8.d $\frac{3}{4}$ nord, pour Timocharis; de 9.d $\frac{3}{4}$ pour Hipparque; de 11.d pour Ptolemée. Alioth, du temps d'Arystille, déclinait de 40.d au nord; de 40.d $\frac{1}{5}$ du temps d'Hipparque; de 41.d $\frac{1}{6}$ du temps de Ptolemée, et ainsi de plusieurs autres étoiles de cet hémisphère qu'on peut lire dans le texte même de Ptolemée, et dans le tableau que j'en ai extrait de Flamsteed. Dans l'autre hémisphère, Regulus, le cœur du Lion, a été vu par Timocharis à 21.d $\frac{1}{3}$ de déclinaison boréale; par Hipparque à 20.d $\frac{2}{3}$, et par Ptolemée à 19.d $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$, et ainsi des autres que Ptolemée rapporte. Or ce changement de déclinaison prouve que le ciel étoilé tourne non autour de l'axe de l'équateur, mais autour de celui de l'écliptique; puisque les latitudes de ces étoiles restent toujours constantes.

Timocharis, à Alexandrie, du 29 au 30 Athyr de l'an 465 de Nabonassar à $\frac{1}{2}$ heur équinoxiales avant minuit, le Soleil étant au 7.e degré du Verseau, vit la moitié de la Lune couvrir la suivante des Pléïades. La Lune était donc, d'après ce qui a été démontré précédemment, en 20.' du premier degré du Taureau, et sa latitude boréale était de 3.d 45.' Mais elle paraissait à Alexandrie en 29.d 20.' du Bélier, et sa latitude boréale de 3.d 35.', les $\frac{2.d}{3}$ des Gémeaux étant au méridien. Donc la dernière moitié des Pléïades était dans 29.d $\frac{1}{2}$ du Bélier, étant un peu précédée par le centre de la Lune; et sa latitude boréale était de 3.d $\frac{2}{3}$ étant un peu plus boréale que le centre de la Lune. Car 3.d $\frac{2}{3}$ = 3.d 40.' Or ce centre paraissait en 3.d 35.': donc cette partie de la Pléïade était de 5.' plus boréale.

Agrippa en Bithynie, le 2 Tybi de l'an 840 de Nabon. 5 heures éq. avant minuit du 3, ~~vit~~ le Soleil étant en 6.d du Sagittaire, vit la corne méridionale de la Lune couvrir

la partie Sud-est des Pléiades. Or c'était pour Alexandrie en temps moyen, à $5\frac{3}{4}$ heures. Le lieu vrai de la Lune était donc en $3^d.7'$ du Taureau, et sa latitude boréale de $4^d.\frac{3}{4}$; mais son lieu apparent en Bithynie, était en $3^d.15'$ du Taureau, et sa latitude boréale de 4^d: car les $\frac{2}{3}^d$. des Poissons passaient au méridien. Donc la moitié orientale des Pléiades était en $3^d.\frac{1}{4}$ du Taureau, et sa latitude boréale de $3^d.\frac{2}{3} = 4^d.\frac{1}{3}$ dont le centre de la Lune était plus boréal. Il est évident que dans ces deux observations, la latitude de cette partie des Pléiades est la même, mais que sa longitude a changé suivant l'ordre des signes, de $3^d.45'$ en 375 ans: ce qui fait environ 1^d. par an. Car dans la première, elle était de $29\frac{1}{2}^d$. plus avancée que le premier point du Bélier; dans la seconde, de $33^d.\frac{1}{4}$. Or $33^d.\frac{1}{4} - 29^d.\frac{1}{2} = 3^d.\frac{1}{4}$. Donc &c.

Timocharis encore à Alexandrie, l'an 454 de Nabon. à environ 4 heures ég. avant minuit du 5 au 6 Tybi, le Soleil étant en 15^d. des Poissons, a vu le tiers du diamètre nord de la Lune, couvrir l'Epi qui passa derrière elle pour aller vers l'orient. Le lieu de la Lune était en $21^d.21'$ de la Vierge, à $81^d.21'$ à l'orient du solstice d'été, et sa latitude australe, de $1^d.\frac{1}{2}\frac{1}{3}$. Mais le lieu apparent de la Lune était en $22^d.12'$ de la Vierge, et la latitude australe de son centre était de 2^d. environ, à $82^d.12'$ en longitude loin du solstice d'été vers l'orient, le 15e degré du Cancer passant alors au méridien: donc la longitude de l'Epi était de $82^d.\frac{1}{3}$; car $12 + 10 = 22 = \frac{1}{3}$; et sa latitude australe était d'environ 2^d. Douze ans après, en l'an 466 de Nabon. du 7 au 8 Thoth à $3\frac{2}{3}$ heures ég. le Soleil étant au milieu du Scorpion, la Lune levée lui parut, par son bord boréal, toucher l'Epi: or cela n'a pu se faire qu'à 2 heures égales après minuit, parceque alors les $22^d.\frac{1}{2}$ des Gémeaux passaient au méridien, et qu'autant de degrés de la Vierge, lieu vrai de la Lune alors, se levaient en ce moment sur l'horizon. Mais son lieu apparent était le $22\frac{1}{2}$ degré de la Vierge, ou $82\frac{1}{2}$ depuis le solstice d'été, et sa latitude australe paraissait de $2^d.\frac{1}{4}$. Donc l'Epi était alors à 2^d. de latitude australe, et à $82^d.\frac{1}{2}$ de longitude vers l'orient loin du solstice d'été. Il s'était donc avancé

d'environ $\frac{1}{6}$ d. en 12 ans; car $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$: ce qui fait 1.^{d} en 72 ans, chose à laquelle Ptolemée n'a pas fait assez d'attention, parcequ'une observation de cette même étoile par Ménélas à Rome, 379 ans après, la montra à 26.$^d\frac{1}{4}$ de la Vierge, qui fait 86.$^d\frac{1}{4}$ à l'orient du solstice d'été. Or $86\frac{1}{4} - 82\frac{1}{3} = 3^d. 55'$ de différence d'avec la première en 391 ans, ou $86^d\frac{1}{4} - 82\frac{1}{2} = 3^d. 45'$ de différence d'avec la seconde, en 379 ans: ce qui fait environ 1 degré de précession des équinoxes en chaque siècle. Deux autres observations faites l'une par Timocharis à Alexandrie, l'autre par Ménélas à Rome, de l'étoile du front du Scorpion atteinte par la Lune, à 391 ans l'une de l'autre, ont montré cette étoile à la même latitude de 1.$^d\frac{1}{3}$ boréale, mais sur le 2.^{d} degré du Scorpion dans la première, et sur le 5.^{d} 55' dans la seconde: ce qui fait encore 3.^{d} 55' de progression vers l'orient en 391 ans, et a confirmé Ptolemée dans l'opinion de 1.^{d} de précession par siècle.

4.° Ptolemée à l'aide de son astrolabe, a observé les longitudes et les latitudes de 1022 étoiles dont il donne le catalogue, qui termine ce septième livre.

Analyse
du huitième livre de l'Almageste.

1.° Ce livre contient une description de la Voie Lactée, de sa position, de sa largeur, de ses parties et des points du ciel par où elle passe.

2.° Une construction de la Sphère céleste : à sa surface sera tracé le Zodiaque gradué, sur les pôles duquel est appliqué un colure ou cercle divisé en 90 degrés depuis l'écliptique jusqu'à ses pôles, pour marquer les latitudes des étoiles, comme par son intersection avec l'écliptique, il marque leurs longitudes. Sur ce demi-cercle sont marqués les pôles de l'équateur que l'on trace en conséquence ainsi que la Voie Lactée sur la Sphère : on le partage en 360 degrés. Aux points où il coupe l'écliptique, sont les deux équinoxes ; aux deux points où il en est le plus éloigné, sont les extrémités d'un axe passant par les solstices. Les pôles de l'équateur aboutiront à un cercle méridien dans la circonférence concave duquel la sphère pourra tourner. Chaque quart de ce méridien sera divisé en 90 degrés depuis l'équateur jusqu'aux pôles. Enfin ce méridien entrera par sa circonférence convexe dans l'intérieur d'un autre cercle appellé horizon, divisé aussi en 360 degrés, de manière que le pôle de l'équateur puisse être mis au-dessus de cet horizon, à la hauteur que demande la latitude du lieu terrestre d'où l'on observe le ciel. Ainsi, ce globe peut se mouvoir avec son cercle colure sur les pôles de l'équateur, d'orient en occident, pour le mouvement diurne de 24 heures, et dans son colure, d'orient en occident, sur les pôles de l'écliptique, pour le mouvement annuel.

3.° On reconnait et on détermine les relations générales des fixes au Soleil, à la Lune et aux autres astres, par les conjonctions, les oppositions et les aspects, ternaires et

quarte et Sixte, selon qu'entre deux astres comparés l'un à l'autre, il y a ou 0 de degré, ou 180 degrés, de l'écliptique, ou le tiers de cercle ou le quadrant, ou la sixième partie; mesurés par les cercles menés du pôle de l'écliptique à ces astres. Mais leurs relations particulières aux Planètes qui les rencontrent dans leur route, surtout au Soleil et à la Lune, sont proprement appellées conjonctions ou oppositions dans l'axe du monde, lors=qu'il passe par leurs centres. Le Soleil, par son mouvement annuel d'occident en orient, allant plus vite que les fixes dans le même sens, l'étoile qui d'abord paraissait après le coucher du Soleil, cesse bientôt de paraître, parceque le Soleil approchant d'elle, davantage, elle disparaît dans l'éclat de la lumière solaire: c'est ce qu'on appelle Coucher du soir. Ensuite le Soleil entre en conjonction avec elle, et l'absorbe; après quoi il s'en éloigne, de sorte qu'elle recommence à paraître, mais avant le lever du Soleil: c'est ce qu'on appelle Lever matutinal. Il en est de même relativement à la Lune, dans toutes les positions de la sphère.

4°. Quant aux relations des fixes à l'horizon, elles se distinguent en quatre principales; le Lever, la Culmination supérieure, le Coucher et la Culmination infé=rieure. Dans la sphère parallèle, où les pôles de l'horizon sont ceux de l'équateur, aucune étoile ni ne se lève ni ne se couche. × Dans la sphère droite, où les pôles de l'équateur sont dans l'horizon, toutes les étoiles se lèvent, culminent et se couchent ensemble. Mais dans la Sphère oblique, on peut réduire à neuf au-dessus de l'horizon supérieur et représenter par le tableau suivant, les relations des fixes au Soleil.

Etoile	Soleil	aspects	
Lever	du matin	1.	le Soleil et l'étoile à l'orient
	de midi	4.	le Soleil au méridien S. L'étoile à l'orient.
	du soir	7.	le Soleil à l'occident. L'étoile à l'orient.
Culmination supérieure.	matutinale	2.	Le Soleil à l'orient. L'étoile au méridien S.
	de midi	5.	Le Soleil et l'étoile au méridien S.
	du soir	8.	~~L'éto~~ Soleil à l'occident. L'étoile au méridien S.
Coucher.	du matin	3.	Le Soleil à l'orient. L'étoile à l'occident.
	de midi	6.	Le Soleil au méridien. L'étoile à l'occident.
	du soir	9.	Le Soleil et l'étoile à l'occident.
Culmination inférieure.		10.	Le Soleil au mérid. infér. L'étoile à l'occident.
	de minuit	11.	Le Soleil et l'étoile au méridien inférieur.
		12.	Le Soleil à l'orient. L'étoile au mérid. inférieur.

5.° Fig. 1. On connaîtra la déclinaison TN d'une étoile fixe T dont la distance EK à l'équinoxe E, et à l'un H des pôles de l'écliptique BED est donnée, par la règle des six quantités, $\frac{C.\ 2\ AH}{C.\ 2\ AZ} = \frac{C.2HL}{C.2LT} \times \frac{C.2TN}{C.2NZ}$. Car on connaît l'arc AH du Colure ou méridien ABZHGD, par AZ quadrans, et par ZH distance des pôles de l'écliptique et de l'équateur AEG: ce qui fait connaître HL; car KL étant perpendiculaire sur l'écliptique, EK sera connue l'ascension droite, et KL comme la déclinaison répondant à la corde de l'arc double de EK connu. Prenez dans la table l'arc de l'écliptique qui répond à cette ascension, et vous aurez la déclinaison KL correspondante. Ajoutez-la à HK = 90.^{d}, et vous aurez l'arc HL. LT = KL + TK vous sera connu par l'arc TK latitude = HK = 90.^{d} − TH distance au pôle supposée connue. NZ = 90.^{d}; donc dans cette équation, vous connaissez cinq des six quantités qui la composent: vous aurez par conséquent la sixième NT. Si H est le pôle boréal de l'écliptique, et que la latitude TK de l'étoile soit boréale, sa déclinaison sera boréale, de même que si sa latitude est australe, et moindre que KL. Si TK = KL, la déclinaison est 0: mais si TK > KL, la déclinaison sera australe. Pour avoir le point de l'écliptique avec lequel une étoile culmine; l'arc NT de déclinaison est connu, ainsi que l'angle TLN = = 90.^{d} − TEL obliquité de l'écliptique. Mais l'angle TNL = 90.^{d}; donc dans le triangle TNL dont on connaît le côté TL, on connaîtra aussi le côté LN. Mais on connaissait l'arc EL d'ascension droite; donc retranchant LN de EL, reste l'arc NE. Donc la distance du point N de l'équateur au point où vous commencez les ascensions droites, vous sera connu; et par la table du 2.e Livre, le point de l'écliptique auquel N correspond, et avec ce point de l'écliptique, l'étoile qui y est, parvient au méridien en même temps que le point N, par le premier mouvement d'orient en occident.

Fig. 2. Pour avoir le point de l'écliptique avec lequel une étoile H se lève sur l'horizon BHD; Z étant le pôle austral de l'équateur AEG, le quart de cercle ZHT donne le point T avec lequel l'étoile culmine et se lève dans la sphère droite, mais non dans la sphère oblique; car elle se lève avec le point E de l'équateur. Ayant donc la distance de ce point E à celui où les ascensions droites commencent, on aura le point de l'écliptique qui lui répond dans l'horizon, et avec lequel l'étoile en question se lève. Or les quatre arcs en sus dont les

deux réfléchis s'entrecoupent, donnent par la règle des six quantités, l'équation $\frac{C.2ZB}{C.2BA} = \frac{C.2ZH}{C.2HT} \times \frac{C.2TE}{C.2AE}$. Or cinq de ces quantités sont connues; la sixième ET le sera donc: ce qui donnera le point E ainsi que le point de l'écliptique qui se lève avec lui et l'étoile H.

Enfin pour trouver avec quel point de l'écliptique une étoile se couche; supposez que l'arc TK = l'arc TE, de l'autre côté opposé à TE. Le point K qui est celui de l'équateur avec lequel l'étoile se couche, sera connu. Par conséquent on connaîtra le point diamétralement opposé qui se lève quand cette étoile se couche, et ainsi le point orient de l'écliptique qui lui correspond pendant que cette étoile se couche; et le point de l'écliptique diamétralement opposé à ce point orient, sera celui avec lequel cette même étoile se couche.

6°. Fig. 3. Si l'on veut déterminer les apparitions et les disparitions des fixes; d'abord si elles sont inégales en grandeurs, la seule distance EZ du Soleil dans l'écliptique sous l'horizon à deux étoiles différemment éloignées de lui, ne peut pas les indiquer; parceque de deux étoiles, la plus grande près de lui sera absorbée, et la plus petite, loin de lui, paraîtra dans les rayons solaires, plus faible. Si elles sont égales et différemment éloignées du Soleil en Z; soit le pôle de l'horizon BED en H, l'étoile qui se lève en E paraîtra distante du Soleil de tout l'arc EZ; mais l'étoile en L plus près du Soleil, paraîtra la première, parceque LZ < EZ.

Fig. 4. Mais si les étoiles sont égales et en des latitudes égales, les inclinaisons de l'écliptique sur l'horizon étant différentes suivant les différens degrés de la sphère oblique, l'angle DEZ devenant plus petit à mesure que le zodiaque GA devient plus perpendiculaire en Z sur l'horizon HK, et quoique EZ devienne plus grand, l'étoile en F paraît la première, si le zodiaque approche plus d'être droit sur l'horizon; car alors l'étoile en F est plus éloignée de l'horizon où les rayons du Soleil sont plus forts, et absorbent l'étoile.

Pour fixer d'une manière certaine l'arc de vision EZ du zodiaque pour une étoile, prenez les étoiles qui se lèvent lorsque le Soleil est au commencement du Cancer, à cause de la netteté de l'air alors, et aussi celles des environs de l'écliptique. Voyez le lieu dans l'écliptique, de l'étoile qui paraît d'abord avec son aspect ou relation, si elle en a; cherchez aussi le lieu du Soleil, pour savoir de quel arc de l'écliptique l'étoile est distante du Soleil, dans la

figure 41. Les deux arcs BT, ZA, réfléchis des extrémités des arcs HB, HZ se coupant en E, vous avez par la règle des six quantités dont vous en connaissez cinq, AB connu par la latitude donnée du lieu, et la déclinaison du zénith TH = 90d. = BH = 90d., AE connu, parceque E est le point de l'écliptique lequel se lève avec l'étoile, et A le point du méridien donné par les tables d'ascension, EZ donné par l'observation, est la distance connue de l'étoile au Soleil AH = 90d. − AB: vous aurez donc ZT dans l'équation $\frac{C.2AB}{C.2BH} = \frac{C.2AE}{C.2EZ} \times \frac{C.2ZT}{C.2TH}$. ZT connu vous fera connaître EZ dans toutes les autres inclinaisons; car $\frac{C.2HB}{C.2AB} = \frac{C.2HT}{C.2ZT} \times \frac{C.2EZ}{C.2EA}$: ce qui vous donne toujours l'arc de vision EZ du Zodiaque. Les mêmes raisonnemens se feront pour les arcs de disparition dans les couchers des étoiles, en faisant l'arc BD de l'horizon occidental, au lieu d'oriental qu'il était supposé pour les arcs de vision.

Analyse
du neuvième Livre de l'Almageste.

1°. Les anciens se sont toujours accordés à placer la Sphère des étoiles fixes le plus loin de la terre, et au-delà des Planètes. Quant aux orbes de celles-ci, ils ont mis Saturne immédiatement sous les fixes, ensuite Jupiter, et puis Mars. Après ces trois, la Lune, à cause des éclipses de Soleil et de sa parallaxe très considérable: Mais quelques uns mettaient le Soleil entre Mars et Vénus, et Mercure au-dessus de la Lune. Depuis, à cause des conjonctions du Soleil avec Vénus et Mercure qui ne l'éclipsaient jamais, on les a reportés au-dessus de lui. Pour nous, parceque des Planètes quoique inférieures au Soleil peuvent bien ne pas l'éclipser, n'étant pas dans le même plan, nous mettrons Vénus et Mercure au-dessous de lui.

2°. D'abord les planètes ont toutes un mouvement d'occident en orient, qui se reconnaît par leurs correspondances aux étoiles fixes suivant l'ordre des Signes. Mais on apperçoit les trois Planètes supérieures au Soleil, après leur conjonction avec lui, se mouvoir rapidement, ensuite se rallentir peu à peu jusqu'à paraître stationaires, et enfin devenir rétrogrades, et ils les trouvèrent au milieu de cette rétrogradation, en opposition au Soleil: diversités de mouvement qu'ils virent arriver constamment dans les mêmes situations de ces Planètes, relativement au Soleil. Dans leurs distances égales depuis leurs conjonctions au Soleil moyen, elles ne se trouvent pas avoir des mouvemens égaux en temps égaux; et ces distances sont inégales dans les lieux où elles sont stationaires, toutes ces doubles irrégularités ne pouvant être que l'effet de l'excentricité de leurs orbes. On a donc supposé que deux cercles de centres différens y contribuaient l'Epicycle ou l'orbe de révolution pour l'irrégularité qui revient toujours dans la conjonction, parceque

le temps, depuis le mouvement le plus rapide jusqu'au moyen, paraissait plus grand que depuis le moyen jusqu'au plus lent; ce qui convient à cet Epicycle de révolution et non à l'excentrique, le cercle de révolution étant d'ailleurs plus propre à expliquer les mouvemens de ces Planètes en latitude. L'autre irrégularité a été attribuée à l'excentrique, parcequ'on a trouvé que le temps, depuis le mouvement le plus lent qui provient de cette irrégularité, jusqu'au mouvement moyen, est plus grand que du moyen au plus rapide. D'ailleurs on voit les deux points où le mouvement le plus rapide et le plus lent se font par cette irrégularité, se mouvoir suivant le mouvement des étoiles fixes: ce qui ne peut arriver que par un cercle excentrique.

On a donné à Vénus et à Mercure, des Epicycles pour expliquer leurs rétrogradations. En examinant les deux élongations, celle du matin et celle du soir, depuis le lieu moyen du Soleil, on a trouvé leur somme dans un point du Zodiaque, différente de celle de deux autres élongations dans un autre point: ce qui montre que l'Epicycle est plus proche de la terre par un de ses points que par l'autre; et on a supposé excentrique le cercle déférent sur lequel l'Epicycle est porté.

3°. On reconnaît les temps dans lesquels s'achèvent les mouvemens périodiques ou moyens des Planètes dont les mouvemens vrais sont si irréguliers, non en prenant les intervalles de deux stations, car les arcs entre deux stations ne sont pas égaux entr'eux à cause de l'excentrique, ni par les levers des Planètes, car elles disparaissent tout-à-coup après s'être montrées, et pour cette raison, on ne peut pas bien prendre leurs lieux; l'air est cause aussi qu'elles paraissent aller tantôt plus vite, tantôt plus lentement; ni encore en les comparant aux étoiles fixes, car un même arc connu décrit par une Planète, d'une fixe à cette même fixe, pourra être décrit dans un temps ou plus long ou plus court, par l'effet du mouvement irrégulier autour de la terre, outre que les étoiles vues à l'horizon et au méridien, ne paraissent pas conserver leurs mêmes distances.

Il faut donc observer une certaine distance de chaque Planète au lieu moyen du Soleil, tandis qu'elle est en longitude dans un point connu du Zodiaque, et il faut attendre



qu'elle soit revenue à ce même point, avec la même distance qu'auparavant, au lieu moyen du Soleil. On sera sûr alors toutes les mêmes irrégularités ou anomalies seront restituées dans l'Epicycle, à cause de la même distance au lieu moyen du Soleil; et dans l'excentrique, parceque le centre de l'Epicycle y sera revenu au lieu où il était d'abord. Or on a l'intervalle de temps entre ces deux observations, et on connaît le nombre des révolutions de la Planète en longitude et en anomalie pendant tout ce temps-là. Car pour les trois Planètes supé=rieures, un nombre de leurs révolutions entières en anomalie pendant un certain temps, s'égale au nombre des révolutions du Soleil pendant ce même temps. Mais pour Vénus et Mercure, le nombre de leurs révolutions en longitude s'égale au nombre des révolutions du Soleil; car ces trois astres ont des mouvemens moyens égaux, attendu que Vénus et Mercure ne passent jamais certaines limites au-delà du Soleil. Mais le nombre des révolutions d'anomalie de Vénus et de Mercure pendant un temps, s'obtiendra aisément en l'estimant d'abord à peu près, par le temps d'une de ces révolutions. Ptolemée a trouvé, par les écrits d'Hipparque, que Saturne fait 57 révolutions d'anomalie en 59 années solaires, 1 jour $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$ environ. (Il appelle toujours année le temps entre le départ et le retour du Soleil à un même solstice ou équinoxe), et 2 révolutions en longitude, plus $1^d\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{20}$; Jupiter, 65 retours d'anomalie en 71 ans solaires moins 4 jours $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{15}$, et 6 révolutions d'anomalie moins 4 degrés $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}$; Mars, 37 révolutions d'anomalie en 79 années solaires, 3 jours $\frac{1}{6}\ \frac{1}{10}$, et 42 retours en longitude, plus 3 degrés $\frac{1}{6}$. Dans ces trois Planètes, le nombre des révolutions en longitude ajouté au nombre de celles d'anomalie, font une somme égale au nombre des révolutions du Soleil. Vénus fait 5 révolutions d'ano=malie en 8 années solaires moins 2 jours $\frac{1}{4}\ \frac{1}{20}$ environ, et 8 révolutions en longitude moins $2^d\ \frac{1}{4}$. Et Mercure fait 145 révolutions d'anomalie en 46 années solaires, 1 jour $\frac{1}{3}$ environ, et 46 de longitude, plus 1^d. Ces mouvemens multipliés par 360^d et divisés par le nombre de leurs jours, donnent en chaque jour:

Mouvemens moyens diurnes en longitude.

Pour Saturne ..... $0^d.\ 2'.\ 0''.\ 33'''.\ 31^{iv}.\ 28^{v}.\ 51^{vi}$
Pour Jupiter ..... 0. 4. 59. 14. 26. 46. 31.

Pour Mars	0^d.	31'.	26''.	36'''.	53^{iv}.	51^{v}.	33^{vi}.
Pour Vénus	0.	59.	8.	7.	13.	12.	31.
Pour Mercure	0.	59.	8.	17.	13.	12.	31.
		d'Anomalie.					
Pour Saturne	0.	57.	7.	43.	41.	43.	40.
Pour Jupiter	0.	54.	9.	2.	46.	26.	
Pour Mars	0.	27.	41.	40.	19.	20.	58.
Pour Vénus	0.	36.	59.	25.	53.	11.	28.
Pour Mercure	3.	6.	24.	6.	59.	35.	50.

4°. Viennent ensuite les tables des moyens mouvemens de ces cinq Planètes.

5°. Fig. 1. Soit un cercle excentrique ABG dont le centre est D. et dont le diamètre passe par le centre E. du Zodiaque. A est son apogée. et G son périgée. DE. est coupée en deux moitiés par Z. qui est le centre de KTH égal au cercle ABG; l'Epicycle est décrit sur le point T de ce second excentrique, et on prolonge DS rayon du premier excentrique, jusqu'en T. Ces deux cercles excentriques sont obliques sur le plan de l'écliptique, et celui de l'Epicy=cle sur celui des excentriques, quant aux mouvemens en latitude; mais dans le même plan, quant à ceux en longitude. Tous font leurs révolution autour de E. suivant l'ordre des signes, desorte que l'astre dans l'Epicycle revient toujours dans la droite LD dirigée vers D, et les apogées avancent de 1°. en 100 ans.

6°. Fig. 2. Pour Mercure, ABG est l'excentrique de l'anomalie dont le centre est D; E. le centre du Zodiaque, et DZ = DE. De Z on tire ZT: sur ZD est décrit un cercle qui passe par H, centre de l'excentrique déférent qui porte l'Epicycle; et ZH = ZD = DE, par le mouvement de ZH autour de Z. HT = DA; ensorte que ces deux excentriques sont égaux. Faisant l'angle AZT = l'angle ADK, et ~~l'angle~~ K. est le centre de l'Epicycle sur le déférent. La droite EA allant suivant le mouvement des étoiles fixes, emporte avec elle les points A, G et Z. Mais ZT allant contre l'ordre des signes, emporte avec elle H centre du déférent, lequel H tourne sur le centre Z en faisant une révolution en une année solaire. Imaginons de même que l'excentrique TK se meut sur son centre H en transportant le centre K de l'Epicycle avec la droite DKL.

suivant l'ordre des signes, par une révolution en un an. Le mouvement de l'Epicycle sera ainsi régulier autour du centre D : c'est pourquoi on a donné au cercle AG dont D est le centre, le nom de cercle d'équation. D'où il est évident que la droite DKL qui porte le centre de l'Epicycle, rencontrera deux fois par an la droite ZHT qui porte le centre du déférent, une fois sur DA, l'autre fois sur DG, parceque toutes les fois que le centre de l'Epicycle est dans l'apogée de l'excentrique, le centre du déférent sera dans l'apogée du petit cercle DH, et chacune revient une fois par an aux mêmes points du Zodiaque, par leurs mouvemens contraires. Enfin imaginons l'Epicycle tournant autour de K en faisant aller Mercure qu'il porte sur sa circonférence, suivant l'ordre des signes, dans la moitié supérieure de cette circonférence, et contre dans l'autre. Mais le mouvement de la Planète dans l'Epicycle, deviendra régulier, depuis le point marqué dans la moitié supérieure par la droite menée du centre du cercle d'équation au centre de l'Epicycle, jusqu'à la circonférence de celui-ci.

Fig. 3. Quand le centre de l'Epicycle est également éloigné de l'un ou l'autre des apogée et périgée de l'excentrique, les angles d'anomalie dans l'excentrique et les plus grands au centre du monde soutendus par le rayon de l'Epicycle, sont égaux : par où l'on voit que les plus grandes élongations de Vénus depuis le lieu moyen du Soleil, et opposées, sont égales. Soit ~~E~~ e le centre de l'excentrique déférent, ~~EH = EZ~~ eh = ez ; ~~H~~ h le point vers lequel tend le mouvement régulier à l'apogée ; ~~G~~ g le périgée. Ayant pris les angles ~~AHB = AHD~~ ahb = ahd des Epicycles égaux en B et en D où je mène du centre du monde ZB et ZD, et les tangentes ZL, ZM, et les rayons BL et DM ; soit Vénus aux points L et M ; je dis que l'angle hbz = l'angle hdz, et l'angle bzL = DZM. Car HB = HD ; HZ est commun ; ZB = ZD, et HBZ = HDZ qui sont les angles d'anomalie dans l'excentrique. Ensuite les angles L et M étant droits, et BZ = DZ, et BL = DM ; LZ = ZM, et BZL = DZM qui sont les plus grands angles au centre du monde ou du Zodiaque, et soutendus par le rayon de l'Epicycle. QZ et PZ étant égales et également éloignées de L et de M, les angles QZL, PZM sont égaux qui sont les deux élongations de la Planète, égales et opposées, l'une du matin, l'autre du soir.

Pour Mercure, (fig. 41) AB = BG, A est le centre du Zodiaque, B le centre du mouvement régulier, et G le centre du petit cercle dont la circonférence est décrite par le centre de l'excentrique qui porte l'Epicycle. Cet Epicycle étant en deux positions D et E, de manière que GBD, GBE soient deux angles égaux, il est ainsi à des distances égales de l'apogée. Puisque GBN = GBX, et que TG = GK, on a DTZ = EHK, et GTB = GKB, à cause de TGB = KGB: donc TBD = KBE, TB = BK, et DT = KE, et BTD = BKE: donc BD = BE, et AD = AE, et l'angle ADB = l'angle AEB, qui sont les angles d'anomalie dans l'excentrique. Mais à cause de AB commun et de A = D = E, on a DAL = EAM. Et ce sont les plus grands angles au centre du Zodiaque soutendus par le rayon de l'Epicycle.

6°. Ptolemée a trouvé en quelles parties du Zodiaque est l'apogée et par conséquent le périgée de Mercure, par deux observations dans lesquelles les plus grandes digressions de Mercure le matin et le soir, étaient égales. La première est du 16 Phamenoth au 16 d'Adrien au soir où Mercure lui parut, étant comparé à Aldebaran, être sur un degré des Poissons. Le Soleil moyen étant sur 9. $\frac{3}{4}$ du Verseau, la digression était donc de 21^d. 15' au soir. La seconde est de l'an 18 d'Adrien, du 18 au 19 Epiphi le matin. Comparé à Aldebaran, Mercure lui parut sur 18$\frac{3}{4}^d$. du Taureau, et le Soleil moyen était sur 10^d. des Gémeaux. La plus grande digression était donc de 21^d. 15' au matin. Or le milieu entre 10 des Gémeaux et 9. $\frac{3}{4}$ du Verseau, est 10^d. du Bélier, $-\frac{1}{8}$. Ainsi, le diamètre des l'excentrique en passant par l'apogée, coupait le Zodiaque dans le 9^d. 53' du Bélier.

La 1.re année d'Antonin Pie, du 20 au 21 Epiphi, le soir, comparé au Cœur du Lion, Mercure dans sa plus grande digression parut en 7^d. du Cancer, le Soleil moyen étant sur 10^d. 30' des Gémeaux. Elle était donc de 26^d. 30'.

L'an 4 d'Antonin, du 18 au 19 Phamenoth le matin, Mercure comparé à Antarès réputé le Cœur du Scorpion, fut trouvé en 13^d. 30' du Capricorne, le Soleil moyen étant en 10^d. du Verseau. La digression fut donc de 26^d. 30'. Or le milieu entre 10^d. $\frac{1}{2}$ des Gémeaux et 10^d. du Verseau, est 10^d. $\frac{1}{4}$ de la Balance où par ces deux dernières observations l'apogée se trouve tomber, comme par les deux premières il s'est trouvé en 10. $-\frac{1}{8}$ du Bélier. Or le Bélier est opposé à la Balance; le diamètre apogée et périgée de Mercure

l'excentrique de Mercure, passe donc en ces deux points diamétralement opposés.

De semblables observations rapportées au long par Ptolemée et faites par des Astronomes plus anciens que lui, démontrent clairement que l'axe ou diamètre des apogées et périgées de Mercure était, 400 avant que Ptolemée observât cette Planète, en 6 degrés des Serres. Or il l'a trouvé en $10^{d}.\frac{1}{4}$ des Serres ou Balance: donc en 400 ans, ce diamètre s'est avancé comme le ciel étoilé, de 4 degrés environ, ce qui fait un degré de progression pour les apogées de Mercure par siècle, suivant l'ordre des signes. Il en est de même pour les apogées des autres Planètes.

7°. Ptolemée a trouvé en quelle partie du Zodiaque la digression de Mercure est la plus grande, par deux observations. La première est de l'an 19 d'Adrien, du 14 au 15 Athyr, le matin: Il vit Mercure comparé au Cœur du Lion, sur $20^{d}.12'$ de la Vierge, le Soleil moyen étant alors en $9^{d}.15'$ de la Balance, ce qui donne $19^{d}.3'$ pour la digression matutinale. La seconde est de la même année, 19 de Pachom. Mercure, par Aldebaran, parut sur $4^{d}.20'$ du Taureau, le Soleil moyen étant en $11^{d}.5'$ du Bélier. La digression vespérale fut donc de $23^{d}.15'$. Ainsi la digression ayant été plus grande dans le Bélier que dans la Balance, elle est donc plus périgée dans celle-ci, parceque il n'y a que l'approche vers le centre de la terre, qui cause la variation dans ces digressions, la différence qui provient ordinairement de l'excentrique, étant nulle ici.

Fig. 5. B est le centre du monde ou de la terre, dans le système de Ptolemée; BG passe par 10^{d}. du Bélier, BA par 10^{d}. de la Balance ou des Serres. A et G sont les centres des Epicycles sur lesquels la Planète est en F. dans la digression du soir, et en D dans celle du matin: Or ABD = $19^{d}.3'$, et EBG = $23^{d}.15'$. On aura donc le rapport de DA à AB, et celui de DE à BG: on connaîtra donc celui de DA à AG. Or AB = 120^{p}; donc DA = $39^{p}.9'$, et BG = $95^{p}.9'$; donc AG = $219^{p}.39'$, et sa moitié AZ = $109^{p}.\frac{1}{2}$; d'où ZB = $10^{p}.25'$: ce qui donne le rapport du rayon de l'Epicycle à la ligne d'entre la plus grande et la plus petite digression opposée.

On voit par les observations de Ptolemée rapportées ci-dessus, que la distance du centre de l'Epicycle de part et d'autre, à la plus grande digression, était d'environ

4 signes. La somme de la 1.re et de la quatrième est 47.d 45' soutendue par l'Epicycle dans cette distance. On trouve la même somme pour les deux autres. Mais la vespérale et la plus proche était de 23d. 15' à laquelle la matutinale dans le même lieu, était égales. Son double est 46.d 30' soutendue par l'Epicycle dans la plus petite digression : il s'ensuit donc que l'Epicycle dans une digression plus grande que 4 signes, est plus proche du centre du monde que dans une plus petite ; car il occupe un plus grand arc dans le ciel. C'est pourquoi, dans la figure précédente, le point Z n'est pas dans l'excentrique, puisqu'il est également éloigné du centre de l'Epicycle placé dans la digression la plus proche et dans l'opposée. Or ce centre est toujours également éloigné de celui du cercle excentrique qui porte l'Epicycle, mais non du point Z. Il faut donc que le centre de cet excentrique déférent soit mobile ; et dans le temps que l'Epicycle a mis à aller de la plus grande digression à l'opposée, le centre de l'excentrique a décrit un arc du petit demi-cercle dont le centre est Z, contre l'ordre des signes. C'est ainsi que l'Epicycle a pu être plus périgée dans sa digression plus grande que 4 signes, que dans une plus petite ; et ainsi le centre de l'Epicy=cle de Mercure devient deux fois périgée dans une année solaire. Il est donc évident que le déférent ou excentrique qui porte le centre de l'Epicycle, tourne autour d'un centre qui se meut contre l'ordre des signes.

8°. Fig. 6. Par deux observations qu'il détaille, Ptolemée a trouvé d'abord une plus grande digression de Mercure, de 26d. ½ le soir ; ensuite une autre de 20d. ¼ le matin. La somme est 46.d 30'. AG passant par la plus grande AB = 10.d ♎ et la plus petite GB = 10.d ♈. B le centre du monde, et Z celui du petit cercle. La perpendiculaire BM sur AG qui est la ligne du moyen mouvement du Soleil, et le centre de l'Epicycle est T d'où tombe une autre perpendiculaire en H, et une oblique en B ; H sera le point cherché ; puisque BM est suppo=sée la ligne du moyen mouvement de Mercure), l'angle KBL égale la somme des deux digressions. La moitié de la somme [illegible] est l'angle TBL = KBT : ce qui donne le rapport de TB à TL ; et l'angle soutendu par KT vaut 23d. 15' ou 46. 30' de 720d. Or KT = 39p. 9' des parties dont BZ en vaut 10.25' ; donc BT = 99. 9' de ces parties. Mais l'angle BTH = 6.d de 720 à la circonférence ; donc BH = 6p. 17' des parties dont BT = 120p ; donc 120 : 99.9' :: 6.17' : 5.12' =

$= BH = \frac{BZ}{2}$. Donc H tient à peu près le milieu entre B et Z. Mais il n'est pas absolument nécessaire que le lieu moyen de Mercure soit à 90.d de la plus grande digression.

Dans la même figure, 7, menez ZN perpendiculaire à AG, et égale à ZA, l'une et l'autre égales à la somme des rayons de l'excentrique et du petit cercle. Le centre de l'Epicycle étant en T, on aura, à cause des mêmes mouvemens de part et d'autre, le centre de l'excentrique en M. On cherche donc ZM. Or MZH est un angle droit; et l'angle TZH est presque droit: ZM est donc ou peu s'en faut, une ligne droite. Or ZN = 109.34' des 39.9 du rayon de l'Epicycle, et ZT = BT, en vaut 99.9'. Donc NMZT = 208.43, et sa moitié NM, rayon de l'excentrique, = 104.22': le reste ZM entre les centres = 5.p 12' des 104.p 22' du rayon de l'excentrique. Donc ce rayon étant 60.p, la droite entre les centres = 8.p; et le rayon de l'Epicycle = 22.p 30'.

Fig. 8. AE est le diamètre passant par A l'apogée; B le centre du petit cercle autour duquel tourne l'excentrique contre l'ordre des signes; G celui sur lequel le centre de l'Epicycle tourne suivant l'ordre des signes, d'un mouvement uniforme; D le centre du Zodiaque. L'apogée est dans la Balance, le périgée dans le Bélier. L'angle AGZ vaut 4 signes ou 120.d, et Z est le centre de l'Epicycle. L'angle ABH = AGZ; l'angle TDK est égal à la somme des deux plus grandes digressions = 47.d 45'. Or, à cause de ABH = AGZ et que BH = BG est le rayon du petit cercle, le point H est le centre de l'excentrique. L'angle HBG est le tiers de deux droits, parce que l'angle ABH est les $\frac{2}{3}$ de deux droits. Donc l'angle HBG = l'angle BGH, sont égaux ensemble à $\frac{2}{3}$ de deux droits. Le triangle BGH est donc équilatéral et équiangle: or l'angle BGH = l'angle DGZ; donc HZ est le rayon de l'excentrique, puisque c'est GH prolongée en Z. Les angles du triangle GDL sont connus: on connaîtra la valeur de DL par rapport à l'hypoténuse GD; et par conséquent aussi celle de GL. Mais GH d'entre les centres = 3.d; donc on aura HL; et LZ, restant du rayon = 60, sera connue = 55.d 30'., et par DL et LZ connues, on aura l'hypoténuse DZ = 55.34' parties de HZ. Or on connaît ZT = 22.p 30; donc DZ étant supposée de 120.p, on aura 55.34' : 120 : : 22.30' : x = 48.36' = ZT = ZK soutendantes des angles égaux TDZ, ZDK = 47.d 45' des degrés de 720 à la circonférence. Ainsi l'angle entier TDK = 47.d 45' des degrés de 360 à la circonférence. La théorie s'accorde donc avec les observations sur la valeur de l'angle qui mesure la somme des plus grandes digressions de

Mercure. Or cela prouve que l'Epicycle est plus périgée dans une plus grande digression plus grande que 4 signes, que dans une plus petite de l'excentrique ; car si F est le point du petit cercle où est le centre de l'excentrique lorsque l'Epicycle est dans la plus grande digression, et qu'il décrive un demi-cercle contre l'ordre des signes de manière qu'il arrive en G d'où comme centre soit décrit le cercle AZG déférent qui porte l'Epicycle à cause de la similitude des mouvemens, le centre de l'Epicycle sera alors dans le point E. AGZ étant de 4 signes, égale 120^d, quand le centre de l'Epicycle est en Z. D'après ce qui a été prouvé précédemment, HZ = GE ; donc GZ = DE. GH = GD = 3 des 60 parties de HZ. Donc GZ = 97^p ; et l'angle GDZ > GZD. Mais GB = GD ; donc GH = GD : donc GBH = GZD. Or $\frac{BGH}{2}$ = DGZ ; et ABH = 120^d = AGZ = GDZ + GZD égaux à $\frac{2}{3}$ de deux angles droits : donc GDZ est plus grand que $\frac{1}{3}$ de 180^d, et plus grand aussi que l'angle DGZ. Donc GZ > DZ. Mais DE = GZ ; donc DE > DZ. Or ces deux lignes sont chacune la distance du centre de l'Epicycle au centre du mouv. DZ quand il est dans la plus grande digression de 4 signes, et DE quand il est dans le périgée de l'excentrique. Ainsi donc, l'Epicycle est plus périgée dans une digression plus grande que 4 signes, que dans une moindre.

9.° Pour déterminer d'une manière certaine le mouvement moyen de Mercure et rectifier ses tables, Ptolemée examine la distance de cette Planète à la digression moyenne de son Epicycle par deux observations. S'il trouve par ce moyen la différence des lieux de la Planète dans l'Epicycle égale au mouvement moyen de l'argument marqué par les tables pour l'espace de temps entre ces deux observations, cela suffit. Sinon, il divise cette différence par le nombre des jours de cet espace de temps, et il ajoute le quotient au mouvement diurne des tables, si le mouvement trouvé par ces deux observations, est plus grand que celui qui a été trouvé dans le chapitre 3.e Il l'en retranchera dans le cas contraire.

Dans la première des deux observations, faite par Ptolemée l'an 2 d'Antonin à 4½ heures avant minuit du 2 au 3 Epiphi, Mercure (comparé au Cœur du Lion) était sur 17.°30' des Gémeaux, le Soleil étant par son mouvement moyen sur 22^d.34' du Taureau ; la Lune sur 16^d.20' des Gémeaux, et le 12^d. de la Vierge (passant au méridien) ; dans la seconde par Denys, plus de 402 ans 283 jours 13 heures ½ auparavant à Babylone, Mercure au matin, était dans 3^d.$\frac{1}{5}$ du Scorpion, le Soleil moyen étant alors en 20^d.50' du Scorpion. Mais Mercure n'était pas alors dans sa plus grande digression

du lieu du Soleil; car 4 jours après, il en était distant d'un diamètre et demi; or en ces 4 jours le Soleil s'est avancé de 4.^d, et la Planète d'un demi-diamètre lunaire. Son apogée était sur 6.^d des Serres ou ♎, puisqu'il fut plus de 400 ans du temps de Ptolemée, sur 10 de ce même signe.

Or ces deux distances de Mercure à l'apogée, comparées ensemble, et calculées à l'aide des figures que Ptolemée a construites à cet effet, pour le temps écoulé entre ces deux observations, ne lui ont donné aucune différence dans le mouvement moyen diurne, d'avec celui qu'il a exposé dans ses tables: par conséquent celui-ci est bon et correct.

10.° Ptolemée a fixé l'époque ou le point d'où commencent les moyens mouvemens de Mercure pour la première année de Nabonassar à midi du 1 Thoth, en prenant par cette plus ancienne observation de Mercure faite par Denys, son anomalie pour les 483 ans 17 jours 18 heures depuis Nabonassar: il l'a retranchée de celle que l'observation lui a donnée depuis l'apogée; le reste a été le lieu d'anomalie pour la première année de Nabonassar au 1 Thoth, 21.^d 55' de l'Epicycle depuis l'apogée; la longitude comme celle du Soleil en 45.^d ♓, et l'apogée de l'excentrique en retranchant 4.^d 50' de précession pendant 483 ans, de 6.^d des Serres ou Balance; le reste est 1 1/6 ♎ pour le commencement de cette ère.

Analyse
du dixième Livre de l'Almageste.

1°. Pour chercher en quels points l'écliptique est coupée par le diamètre de l'excentrique de Vénus qui passe par son apogée et son périgée, on procède comme pour Mercure. On prend deux lieux moyens du Soleil, lorsque Vénus est dans ses plus grandes digressions égales et opposées entr'elles relativement au lieu du Soleil. Car le point milieu entre ces lieux du Soleil et celui qui lui est opposé, sont ceux que l'on cherche. C'est ce qu'a fait Ptolemée par deux observations dans l'une desquelles de l'an 16 d'Adrien, Théon vit Vénus sur 1^d. 30' du Taureau, dans sa plus grande digression, le soir, le Soleil moyen étant en 14^d. 15' des Poissons. Ainsi cette plus grande digression était dans 47^d. 15' des Poissons. Dans la seconde, de l'an 4 d'Antonin, il vit Vénus sur 18^d. 30' des Gémeaux; le Soleil moyen était en 5^d. 45' du Lion: ainsi la plus grande digression, le matin, était de 47^d. 15'. Coupant l'arc d'intervalle en deux moitiés, le milieu sera 25^d. du Taureau. Donc l'apogée et le périgée sont l'un en 25^d du Taureau, l'autre, en 25^d. du Scorpion.

L'an 4 d'Adrien, Théon vit un matin Vénus de telle sorte que Ptolemée dit que ce fut sur 20' de la Vierge. Or le Soleil moyen était sur 17^d. 52' de la Balance; ainsi la plus grande digression le matin fut de 47^d. 23'. L'an 21 d'Adrien, un soir, Ptolemée la vit en 19^d. 36' du Verseau. Le Soleil moyen était en 2^d. 4' du Capricorne; donc la plus grande digression du soir fut de 47^d. 32'. La moitié de l'arc d'intervalle donne encore 25^d. du Taureau et 25^d. du Scorpion: ce sont donc les points apogée et périgée de l'excentrique de Vénus.

2°. Mais de ces deux points, quel est celui qui est l'apogée ou le périgée? Théon, l'an 13 d'Adrien, un matin, du 2 au 3 Epiphi, vit Vénus dans 10^d. 36' du Bélier, à une latitude australe de 1^d. 30': or le Soleil moyen était alors sur 25^d. 24' du Taureau; donc la plus grande digression matutinale était de 44^d. 48'. Ptolemée, l'an 21 d'Adrien, au soir

du 2 au 3 Tubi, vit Vénus en 12ᵈ. 50' du Capricorne. Le Soleil moyen était sur 25ᵈ. 30' du
Scorpion; cette digression du soir était donc de 47ᵈ. 20'. Or comme les plus grandes digres=
=sions relativement au lieu moyen du Soleil ne se font que quand l'épicycle est dans le
l'apogée, de l'excentrique ou dans son point opposé, la différence qui provient de l'excen=
=trique étant nulle alors, et que la digression est plus grande en 25ᵈ. du Scorpion
qu'en 25ᵈ. du Taureau, il est évident que c'est dans le Scorpion qu'était alors l'apogée
de l'excentrique de Vénus, et le périgée dans le Taureau.

Fig. 1. Soit D le centre de l'excentrique de Vénus, et E le centre du monde, G l'apogée,
A le périgée, centres de l'épicycle, et Vénus en Z et H. L'angle GEH de la plus grande
digression matutinale est connu, et H est droit. On aura donc le rapport de GH rayon de l'épi=
=cycle à la droite EG; de même par l'angle AEZ de la plus grande digression du soir, on
a le rapport de AE à AZ, rayon de l'épicycle, et par suite celui de AG à GH, et la moitié
AD de AG. Or la somme des deux plus grandes digressions, lorsque l'épicycle est
dans le passage moyen de l'excentrique, n'est ni moindre que leur somme quand il est dans
l'apogée, ni plus grande, quand il est dans le périgée, comme on a vu dans Mercure.
Cette somme même ou l'angle soutendu par le diamètre de l'épicycle, croît à mesure
que l'épicycle va de l'apogée au périgée, et décroît à mesure qu'il va du périgée à
l'apogée: il est clair par là que l'excentrique de Vénus est fixe, je veux dire que son
centre n'est pas transporté, comme celui de l'excentrique de Mercure, si ce n'est du
mouvement commun à toutes les étoiles fixes, duquel il n'est pas question ici. Nous avons
donc le rapport du rayon de l'épicycle au rayon de l'excentrique, et à l'excentricité ED. Si donc
le rayon de l'excentrique est 60ᵖ, cette excentricité est 1ᵖ. 15', et le rayon de l'épicycle est
=43ᵖ. 10'.

3°. Fig. 2. Ptolemée détermine un point à l'égard duquel le mouvement de Vénus en
longitude est irrégulier, par deux observations, l'une de l'an 18 d'Adrien, du 2 au 3 Phar=
=mouthi, où il vit Vénus, par le moyen du cœur du Lion en 11ᵈ. 55' du Capricorne, le Soleil
moyen sur 25½ du Verseau, et ainsi la plus grande digression matutinale du lieu moyen
du Soleil en 45ᵈ. 35'. L'autre, de l'an 3 d'Antonin le soir du 4 au 5 Pharmouthi. Il vit
Vénus en 13ᵈ. 15' du Bélier, le Soleil en 25ᵈ ½ du Verseau, et sa plus grande digression

du Soir à 48^d. 20' du lieu moyen du Soleil. AG étant le diamètre, apogée et périgée de l'excentrique, B le centre du monde, E celui de l'épicycle, DE la ligne du moyen mouvement du Soleil et de Vénus, on cherche la quantité de DB relativement au rayon de l'épicycle. On connaît l'angle HBZ somme des deux digressions, et sa moitié : on a donc le rapport de EH = EZ = 43^p. 10' à BE = 60^p. 3'; BED angle de la différence d'anomalie zodiacale = 4^d. 45' des 720^d. de la circonférence, et BD = 4^p. 59' des 120 de l'hypoténuse BE. Mais BE étant 60^p. 3', BD = 2^p. $\frac{1}{2}$. Or l'excentricité du zodiaque et de l'excentrique est 1^p. $\frac{1}{4}$; donc BT = TD = $\frac{BD}{2}$. Telle est l'excentricité de Vénus.

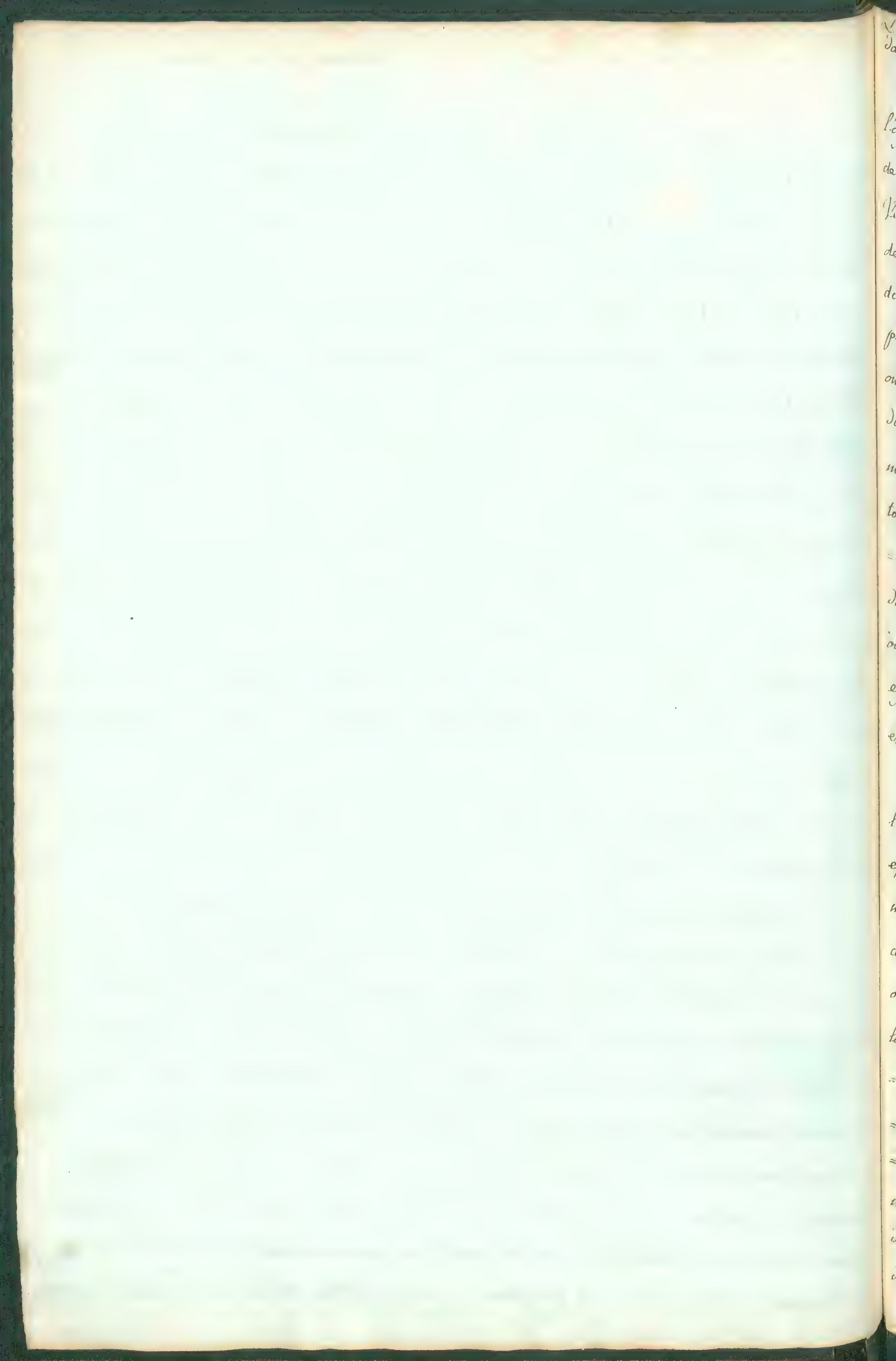
4°. On trouve la distance de Vénus à l'apogée moyen de l'épicycle, en supposant le lieu de l'apogée de l'excentrique trouvé plus haut, les rapports entre les lignes, tels que nous les avons obtenus, et le lieu vrai de la Planète par l'observation.

Fig. 3. L'an 2 d'Antonin, du 29 au 30 Tubi, Ptolemée vit Vénus en 6^d. 30' du Scorpion en ligne droite de sa première étoile et du centre de la Lune qui en était à 6^d. à l'orient. Sa latitude boréale était de 2^d. $\frac{1}{3}$ à 4^h. 45' après minuit, le Soleil étant en 23^d. du Sagittaire, et 26^d. de la Vierge passant au méridien, et le Soleil moyen sur 22^d. 9' du Sagittaire. Le diamètre de l'excentrique passa par A apogée et E périgée. D le centre du monde, G de l'excentrique, B du mouvement égal, GZ rayon de l'excentrique, le lieu du périgée est connu, et le lieu moyen du Soleil ou de Vénus est l'angle GBZ connu. On connaît le rapport de GB à GZ; on aura donc celui de BZ à GZ et à BD. D'où l'on connaîtra DZ et l'angle BZD = HZT. L'angle BDZ devient connu, et son supplément ZDE. Sachant le lieu de la Planète, l'angle EDK sera connu, qui retranché de ZDE, donnera ZDK. Mais le rapport de DZ à ZK est connu, parceque chacune a un rapport connu avec GZ : ce qui fait connaître l'angle DZK et son supplément HZK, d'où ôtant HZT = BZD, reste TZK, et son arc TK qui sera ainsi donné, et qui est la distance de la Planète à l'apogée moyen de l'épicycle.

Fig. 4. Pour mettre encore plus de certitude dans la détermination du mouvement anomalistique ou de l'argument moyen de Vénus; Timocharis ayant observé l'an 52 depuis la mort d'Alexandre, du 17 au 18 Mesor, Vénus en 4^d. 10' de la Vierge; le périgée de l'excentrique était alors par son mouvement avec le ciel étoilé, en 20^d. 35' du Scorpion, plus grande digression matutinale de Vénus; car 4 jours après, ou le 21, elle paraissait en 8^d. 40' de

de la Vierge. Vénus fut donc ici dans la moitié supérieure de son épicycle, et la plus grande digression matutinale était passée ; car le Soleil moyen d'abord en 17^d. 20' des Serres, fut ici, en 20^d. 59' des Serres. La digression fut donc d'abord de 45^d. 10', et ici de 42^d. 9'. L'épicycle, (fig. 4) étant avant le périgée, de l'excentrique, l'angle GBZ est connu à cause de 35^d. 52' valeur entre le lieu connu du périgée et le lieu moyen du Soleil. Or on a le rapport de BG à GZ : ce qui donne celui de BZ à BG et à BD, d'où l'on aura DZ et les quatre angles BZD et BDZ, et HZT et ZDE. L'observation a fait connaître le lieu de la Planète dans le Zodiaque, d'où l'on a l'angle EDK duquel ôtant ZDE, reste KDZ connu. Mais on a le rapport de DZ à KZ par ceux de ces deux droites à GZ qui sont connues. Donc l'angle DKZ est connu, et aussi l'angle extérieur HZK qui diminué de HZT = BZD, donne l'angle KZT et son arc KT qui est la distance de la Planète à l'apogée moyen de l'épicycle. Nous aurons ainsi par deux observations de la Planète, les deux distances à l'apogée de l'épicycle ; et on connaîtra par ce moyen l'arc de l'épicycle qui pourra rester après les circonférences entières retranchées. S'il est égal au mouvement moyen de l'argument ou anomalie pour le temps dans les tables, les tables seront bonnes. Sinon, on divisera la différence par le nombre des jours d'entre les deux observations, et le quotient s'ajoutera au mouvement diurne de l'anomalie, ou argument contenu dans les tables, si l'arc de l'épicycle, conclu des observations est plus grand que celui qui est donné par les tables ; ou il s'en retranchera s'il est plus petit, et l'on aura ainsi le mouvement moyen corrigé.

5° L'époque des moyens mouvements de Vénus se détermine facilement, d'abord en ce que le Soleil, Mercure et Vénus ont la même quantité et la même époque de moyen mouvement en longitude. Mais pour l'époque du mouvement moyen de l'anomalie ou argument de Vénus, on prend une de ses observations par laquelle on cherche la distance de la Planète à l'apogée de son épicycle ; ensuite pour l'intervalle de temps entre l'observation et l'instant où Ptolémée place l'époque, il prend le mouvement moyen d'anomalie ; et si cet instant est antérieur au temps de l'observation, puisque c'est l'ère de Nabonassar qu'il a choisie, il a retranché ce mouvement moyen, de la distance de la Planète à l'apogée moyen de son épicycle. L'époque de l'anomalie au commencement de cette ère était à 71^d.7' de cet apogée, et par l'effet de la précession, l'apogée était en 16^d. 10' du Taureau, puisque



dans l'observation, il était sur 20.° 55′ du Taureau.

6.° Quant aux trois Planètes Supérieures, il faut d'abord pour chacune, trouver le lieu de l'apogée et du périgée avec la distance du centre de l'excentrique au centre du monde. On pourra ainsi avoir la quantité de la seconde anomalie causée par l'épicycle. Mais on ne peut pas, comme pour Mercure et Vénus, qui ne passent jamais certaines limites, trouver les lieux des apogées par le moyen de tangentes menées du centre du monde à l'épicycle, et dans lesquelles ces deux astres sont dans un certain instant. Le mouvement de Mars, Jupiter et Mercure en longitude n'étant pas lié au Soleil, on cherche à déterminer le lieu vrai du centre de l'épicycle; et quand on l'a, on procède comme pour la Lune par la méthode de l'excentrique. Ptolemée a crû que comme dans Vénus, le centre de l'excentrique qui porte l'épicycle tenait le milieu entre le centre du monde et le centre du mouvement moyen, et que l'apogée moyen de l'épicycle regardait toujours ce dernier centre, comme dans Vénus et Mercure, parceque sans doute l'expérience confirme cette supposition, ou parceque dans toutes les autres astres qui ont une double anomalie, il a trouvé deux points, l'un qui était le centre de l'excentrique déférent ou portant l'épicycle, l'autre qui déterminait le mouvement égal, moyen, soit dans un l'épicycle comme pour la Lune, soit dans un épicycle et un excentrique comme pour Vénus et Mercure.

Fig. 5. Supposons tous les plans des épicycles et des excentriques dans le plan de l'écliptique, leur déclinaison étant trop petite pour être comptée. D est le centre du déférent excentrique; A et G son apogée et périgée; E le centre du monde; Z le centre du mouvement moyen; B celui de l'épicycle, auquel sont menées Z.T, du centre du cercle d'équation, et E.H du centre de la terre. H est donc l'apogée vrai de l'épicycle, K son périgée, T l'apogée moyen où le mouvement est régulier, et L son point opposé. La Planète étant en K ou en H, E.H est la ligne du moyen mouvement du Soleil: Supposons cette ligne et le centre de l'épicycle parvenus de A en B et la Planète en H; pendant ce temps là elle a décrit l'arc TKH de l'épicycle par le mouvement moyen d'anomalie, et le centre de l'épicycle a fait le mouvement angulaire AZB = BEZ + EBZ ou TBH. Donc la révolution de la Planète dans l'épicycle et son mouvement en longitude, égalent 360.° + AE.B, somme égale au moyen mouvement du Soleil dans le même temps. (Liv. IX. au commencement) Donc la ligne de ce moyen mouvement partie de A, est devenue E.H. Supposons actuellement la Planète en K; TBK sera alors l'angle de

moyen mouvement d'anomalie; y ajoutant l'angle AZB de mouvement en longitude, ou EBZ+BEZ, on aura 180° +BEZ, ce qui montre que la ligne de moyen mouvement du Soleil a décrit une quantité angulaire plus grande de l'angle BEZ qu'un demi-cercle. Soit cette ligne EM; GEM=BEZ; donc EM est un prolongement de EB; et la Planète sera toujours dans la ligne du moyen mouvement du Soleil, soit qu'elle soit dans l'apogée, soit dans le périgée vrai de l'épicycle, la Planète étant en N venue de l'apogée T moyen de l'épicycle, et la ligne de moyen mouvement en X, en même temps, venue de l'apogée A de l'excentrique. L'angle AEX a été décrit par la ligne de moyen mouvement du Soleil, l'angle TBN par la Planète dans l'épicycle. Réciproquement l'une ou l'autre des trois Planètes Supérieures, placée dans la ligne de moyen mouvement du Soleil, sera toujours dans l'apogée ou le périgée vrai de l'épicycle. Ainsi le centre de l'épicycle et de la Planète répondent toujours ensemble à un même point du ciel. Et l'angle AZB=EBZ+BEZ par le centre de l'épicycle. On a donc ces trois angles TBN, BEZ, HBT égaux à AEX: ôtant l'angle commun AEB, reste l'angle BEX=HBN; donc le rayon mené du centre de l'épicycle à la Planète qui est dans tout autre point que l'apogée ou le périgée de l'épicycle, est parallèle à la ligne de moyen mouvement du Soleil. On trouvera donc toujours facilement le lieu vrai de l'épicycle d'une Planète Supérieure, en l'observant avec un bon instrument, rapportée à une étoile fixe dont le lieu est connu: si on voit la Planète à l'opposite du lieu moyen du Soleil, ce sera le lieu vrai de l'épicycle et de la Planète, qui se prend toujours ainsi dans les acronyches ou oppositions nocturnes au Soleil, pour déterminer l'excentricité et le lieu de l'apogée de l'excentrique.

7°. Pour trouver le lieu de l'apogée de Mars, Ptolemée se sert de trois oppositions nocturnes au Soleil; comme pour l'apogée de la Lune, de trois lieux connus, en suivant la méthode de l'excentrique. 1°. L'an 15 d'Adrien, du 26 au 27 Tubi, à 1 heure après minuit, Mars étant au 21°. des Gémeaux, c'était aussi le lieu vrai du centre de son épicycle. 2°. l'an 19 d'Adrien du 6 au 7 Pharmouthi, 3 heures avant minuit, il était sur 28°. 50' du Lion. 3°. L'an 2 d'Antonin du 12 au 13 Epiphi 2 heures avant minuit, il était en 2°. 23' du Sagittaire. L'intervalle de temps de la 1.re à la 2.e fut de 4 ans 96 jours 20 heures, et celui de la 2.e à la 3.e, 4 ans, 96 jours, 1 heure. Dans le premier, le mouvement moyen de Mars en longitude, fut de 81°. 44'; dans le second, de 95°. 28'. Or le mouvement vrai en longitude, dans le premier, fut de 67°. 50'; dans le second de 93°. 44'. Regardant tous les mouvements

comme s'ils se faisaient dans le plan de l'écliptique, l'inclinaison des orbes sur elle étant peu de chose, et d'un effet insensible, décrivons dans ce plan trois cercles égaux, l'excentrique ABG déférent de l'épicycle autour du centre D; le cercle d'équation EZH autour du centre T, et le cercle KLM autour du centre du monde. NΘ est coupée en deux moitiés en D. ABG sont les trois lieux de Mars dans les trois observations, joints au centre Θ des moyens mouvements par trois droites. L'arc EZ du cercle d'équation ou des mou=vemens moyens, est décrit par le centre de l'épicycle dans le premier intervalle; ZH est celui du second, tous deux connus; KL décrit par la ligne de mouvement vrai de l'épicycle dans le premier intervalle, et LM dans le second, sont aussi connus. Si donc KL soutendait l'arc EZ, et que LM répondît à l'arc ZH, on ne mettrait pas au hazard D au milieu de N et Θ, et nous procéderions comme pour la Lune suivant la méthode de l'excentrique, dans la première anomalie. Mais KL connu soutend l'arc AB inconnu, et l'arc LM connu répond à l'arc BG inconnu. Mais au moyen d'autres droites NSE, NTZ, NHU, les arcs ST, TU de l'écliptique soutendent les arcs EZ et ZH de l'excentrique. Toutefois il faudrait avoir les différences KS, LT, MU qu'on ne peut connaître que par le moyen du lieu de l'apogée de l'excentrique; mais comme on ne le peut pas directement, il sera plus facile d'agir comme si STU était = KLM, en estimant à peu près les diffé=rences, pour trouver par elles, le lieu de l'apogée et l'excentricité. Par la moitié de celle-ci, nous aurons les différences en question, que nous ajouterons aux arcs connus, ou que nous en retrancherons, pour les connaître exactement. Nous corrigerons par elles le lieu de l'apogée et l'excentricité, et toujours ainsi jusqu'à ce que nous trouvions juste. Ainsi par les moyens mouvemens, on cherche l'excentricité et l'apogée, et par ceux-ci trouvés, on rectifie les mouvemens, et par ces mouvemens rectifiés, on recherche l'excentricité et l'apogée que l'on corrige ainsi.

Fig. 7. Cherchons donc par estime la distance du centre O de l'excentrique des moyens mouvemens, au centre N de l'écliptique sur ABG excentrique du moyen mouvement. A est la première opposition; B la seconde, G la troisième. L'épicycle a donc décrit d'abord AB, ensuite BG par son mouvement uniforme: ainsi ces arcs sont connus. D est le centre de l'écliptique par lequel passe la corde GE. L'angle ADB = l'angle ENZ de la figure 6; l'angle BDG

=ZNU de cette figure 6 précédente. Quoiqu'inconnus, je leur substitue ANB et BNG connus par cette figure précédente, parcequ'ils en diffèrent peu. Comme l'angle BDF ou ADE est connu à cause de l'angle BDG connu et de l'angle droit H, j'aurai le rapport de DE à EH. L'arc BG connu me donne la valeur de l'angle BED; j'ai donc celle de EBD, et le rapport de BE à EH, et celui de DE à BE. L'angle connu ADG et l'angle droit Z donnent l'angle AEZ, et le rapport de DE à EZ est ainsi connu. Mais, l'angle DEA est connu par son arc ABG, somme des intervalles; donc on a le rapport de AE à EZ, et de DE à AE: ainsi chacune des droites BE et AE ayant un rapport connu à DE, on aura celui de BE à AE.

AEB est connu par l'arc AB; on aura donc par l'angle droit T, AT et TE par rapport à AE, ainsi que BT et AB. Or on a AB en parties du diamètre, puisqu'elle est corde de l'arc connu AB; ce qui donne le rapport de AE à AB et l'arc AE, et par conséquent tout l'arc EAG dont la quantité montrera si le centre du cercle ABG est dans la portion EBG ou dans l'autre EG, et la corde EG sera connue par son arc restant du cercle. Si l'arc EBG était 180°, le centre serait dans EG; et ED étant connue en parties du diamètre EG, et sa moitié, la distance des centres, serait bientôt connue. Mais il est hors de EG, et EABG > EG. Soit donc dans la figure 9, le point K centre du cercle de moyen mouvement, et son diamètre LKDM: ED et DG étant connues en parties du diamètre, on aura $ED \times DG = DM \times DL$ qui ôté du carré du rayon, laisse $\overline{DK}^2$; car par un des théorèmes du 2.^d livre, $LD \times DM + \overline{DK}^2 = \overline{LK}^2$, puisque $LD = LK + KD$, et $DM = LK - DK$. Donc $LK^2 - \overline{DK}^2 = LD \times DM$. On a donc DK qui est la ligne entre les centres, de 13.' 7'' des 60.^s de KL rayon de l'excentrique.

L'on aura la distance de chaque point d'opposition *nocturne* où se trouve la Planète, à l'apogée de l'excentrique, en divisant EG comme en ses deux moitiés, par le rayon perpendiculaire KX. Dans le triangle rectangle KDN on a KD et DN; on aura donc l'angle DKN et l'arc MX. Or l'arc EG était connu; donc ôtant MX de $\frac{EG}{2}$, reste MG qui est la distance du point nocturne G de la troisième opposition, au point M opposé à l'apogée L de l'excentrique, et $LGM - MG$ ou $180° - MG$ est la distance de cette 3.e opposition, à cet apogée. D'ailleurs l'arc BG était connu; retranché de LG, il laisse LB distance de la # première opposition nocturne. Si ces

2.e opposition nocturne, au même apogée. Enfin retranchant LB de AB connu, reste AL distance de la

trois distances, serviront à trouver les petits arcs ou différences que nous cherchons.

Fig. 9. Pour trouver donc KS de la 1.e, l'angle ETX est connu, et son opposé DTF aussi: F est droit. On a le rapport de DT moitié de NT à DF et à TF: or on connaît DT par rapport à DA ou TE rayon de l'excentrique des moyens mouvemens; donc ceux de DF et TF seront aussi connus, et on aura AF qui avec WF = TF, donnera AW. NW est double de DF; donc W étant droit, AN sera connue avec l'angle NAW. Et le rayon TE connu, on a EH, et par conséquent EN, et l'angle NEW qui ôté de l'angle NAW, laisse l'angle ANE dont l'arc KS de l'écliptique sera ainsi de 32'.

Fig. 10. Pour trouver l'arc TL de la seconde, l'angle ZDX est connu, et les rapports de OF et de DF à DO, et au rayon connu DB de l'excentrique, d'où l'on tire BF, puis comme ci-dessus l'angle NBW, la droite ZH et NH = 2DF, et par suite l'hypoténuse NZ, l'angle NZW, et sa différence d'avec NBW, laquelle est l'angle BNZ = 33 = l'arc LT seconde différence cherchée.

Fig. 11. Pour la 3.e, on connaît l'angle DTF et le rapport de DT = $\frac{NT}{2}$ à DF corde de l'angle connu T, et à TF = FW, et NW = 2DF. On aura WH le rayon TH du cercle de ℓ moyens mouvemens − TW. Or $\sqrt{WH^2 + NW^2} = NH$, et NW donne l'angle NHW. Or DG ~ rayon de l'excentrique et DF, donnent GF; ôtant WF, reste GW dont le carré avec celui de NW, fait celui de NG, et on a l'angle NGW. Mais NHW − NGW = GNH dont l'arc de l'écliptique est UM cherché et égal à 50'.

On a donc les trois petits arcs; mais l'arc LT = 33' avec UM = 50', fait 1.^d 23': donc 93.^d 44' trouvés, pour le second intervalle, sont trop grands, de 1.^d 23', et il est = 92.^d 11.^d et 33' + 32' ajoutés à 67.^d 50' du premier intervalle, donnent pour lui 68.^d 55'.

Fig. 12. D est le centre de l'excentrique, T celui du mouvement moyen, N celui de l'écliptique; A le centre de l'épicycle dans la 1.e opposition. L'angle ATE est connu; et le rapport de DF et de TF à DT; mais le rayon DA de l'excentrique est connu, et par conséquent AF qui avec WF = FT donne AW d'où avec AW et NW = 2DF, on a AN et l'angle NAW qui ôté de ATE, laisse l'angle ANE = 34.^d 30' première distance à l'apogée de l'excentrique, rapportée à l'écliptique.

Fig. 13. De même, pour la seconde, l'angle ETB connu donne les rapports de DF et de TF à DT et à DB rayon de l'excentrique, d'où l'on aura BF et BW qui avec NW donnera BN, et

l'angle WBN qui ôté de ETB, laisse ENB = 33°. 20'. Or 33°. 20' + 34°. 30' = 67°. 50' pour le premier intervalle, comme ci-dessus.

Fig. 14. Pour la troisième, l'angle GTZ est connu ainsi que les rapports des lignes DT à DF et à TF; et de ces deux dernières au rayon DG de l'excentrique; on aura donc FG et GW = FG − FT, d'où on aura GN et l'angle WGN par NW = 2DF. WGN ajouté à l'angle GTZ, est GNZ = 52°. 56' qui ôtés de 180°, laissent ENG = 127°. 4' distance du point de la 3.e opposition à l'apogée de l'excentrique, réduit à l'écliptique. Donc, dans la figure 6, retranchant BNE = 33°. 20' de GNE = 127°. 4', restent 93°. 44', comme dans la théorie ci-dessus exposée, pour le second intervalle.

Enfin Fig. 15, pour avoir le lieu vrai de l'apogée de l'excentrique, d'où on conclura sa distance au centre de l'épicycle, et la distance moyenne de la Planète à l'apogée de son épicycle, choisissez celle que vous voudrez de ces trois oppositions, et prenez la distance de l'une d'entr'elles à l'apogée ou au périgée, cette distance comptée depuis le lieu connu de la Planète dans cette opposition suivant l'ordre des signes. Ainsi Ptolemée ayant la distance au périgée, de 52°. 56', il les a ajoutés au lieu de la Planète en 2°. 34' du Sagittaire, et il trouve l'apogée en 25°. 30' du Cancer. L'angle ETG distance moyenne de l'épicycle à l'apogée, le lieu de l'apogée est connu; celui de la Planète l'était; donc GNZ est connu. Si on en retranche l'angle GTN, restera TGN et l'arc KL de l'épicycle. Cet arc ôté de 180°, laisse l'arc KM qui est la distance de la Planète à l'apogée moyen de l'épicycle.

8°. Ptolemée a déterminé le rayon de l'épicycle Fig. 16 par rapport à celui de l'excentrique, par une observation. L'an 2 d'Antonin, du 15 au 16 Epiphi, Mars lui parut en 1°. 36' du Sagittaire à l'orient de la Lune, en 0°. de ce Signe; le Soleil moyen sur 5°. 27' des Gémeaux, et 20°. des Serres au méridien. D est le centre de l'excentrique déférent; Z le centre du mouvement moyen; E celui de l'écliptique. La distance de l'épicycle B à l'apogée A est connue par la 3.e opposition, depuis laquelle il s'est passé un certain temps qui fait connaître la distance actuelle AZB et DZB et le rapport de DZ à ZM et à DM, et aussi au rayon DB, et enfin BL, puis EB et l'angle EBL. L'angle GEX est donné ~~W~~ ~~V~~ Visible par le lieu du périgée et sa distance à la Planète. GEB = BEZ + EBZ; donc BEX est connu, et le rapport de BZ à BE. L'angle KBN est connu par la distance moyenne de la Planète à l'apogée de l'épi=

cycle, et l'on connaissait KBT. On aura donc NBT qui avec l'angle BEN connu donne BNX, d'où viendra le rapport de BN à BX, ensuite celui de BE à BN, rayon de l'épicycle. Mais le rapport de BE au rayon de l'excentrique est connu; donc aussi celui de BN à ce rayon, comme de 39p. 30' à 60p.

9°. Fig. 17. Pour corriger les mouvemens moyens, l'an 13 de Denys, 52e. depuis la mort d'Alexandre ou 476 de l'ère de Nabonassar, 20 Athyr, à l'aurore, Mars était en 2d. 14' du Scorpion; le lieu moyen du Soleil en 23d. 54' du Capricorne, et l'apogée en 21d. 29' du Cancer. Or entre cette observation et la 1re. du règne d'Antonin, il s'est passé 409 ans auxquels répondent 4d. 6' de précession. L'angle TEL est donné par le lieu du Soleil et de la Planète et son égal BTE; BT et EL étant parallèles, le triangle BTN a donc ses angles tous connus, ainsi que le rapport du rayon BT à BN, et celui de BN au rayon BD de l'excentrique déférent. L'angle TEG = DEM est connu par le lieu de la Planète et le périgée; M est droit: DM donc sera connue relativement à DE dont on connaît le rapport au rayon de l'excentrique auquel celui de DM = NX sera aussi donné. Donc BX sera connue; d'où on aura DX et l'angle BDX. Or XDE = TEG; donc on a BDE et son supplément BDZ connus. Mais on a le rapport de BD à DZ; donc l'angle BZD sera connu avec AZB qui est l'angle de distance du lieu moyen de la Planète à l'apogée de l'excentrique. Or les deux angles BZG et GEL connus égalent HBT, angle de la distance de la Planète à l'apogée moyen de l'épicycle. Nous avons donc le mouvement moyen de la Planète en cette observation, plus haut nous l'avions dans la 3e. opposition nocturne; leur différence, s'il y en a, sera donc connue. On la divise par le nombre des jours de l'intervalle des deux temps, et on verra si le quotient est égal au mouvement diurne des tables, en longitude. Dans ce cas, celui des tables sera bon; sinon, le quotient s'ajoutera ou se retranchera sur le mouvement diurne des tables selon que celui-ci sera ou plus faible ou plus fort. Telle sera la correction de ce dernier.

10°. L'époque des moyens mouvemens se prend pour Mars comme pour les autres astres. Comptez le temps depuis l'ère jusqu'à l'observation; si l'ère est passée, retranchez le mouvement moyen en longitude pour ce temps, de celui que vous donne l'observation. Le reste sera l'époque de longitude moyenne pour cette ère. Si elle est à venir, ajoutez-le,

et la somme sera l'époque cherchée. Et de même pour l'anomalie. Mais la distance, s'il y en a une, entre les deux lieux moyens du Soleil et de la Planète, étant toujours égale à la distance de la Planète à l'apogée moyen de l'épicycle, il suffira de fixer l'époque pour le mouvement moyen en longitude.

Analyse du Livre onzième de l'Almageste.

Il n'y a de différence entre Mars et Jupiter que dans les oppositions nocturnes qui tombent différemment. Trois observations, l'une de l'an 17 d'Adrien du 11 au 12 Epiphi 1 heure avant minuit, où Jupiter parut sur 13^d. 11' du Scorpion.

La 2.e du 13 au 14 Phaophi de l'an 21 d'Adrien, 2 heures avant minuit, où il parut sur 7^d. 54' des Poissons.

La 3.e de l'an 1 d'Antonin du 20 au 21 Athyr, 5 heures avant minuit, sur 14^d. 14' du Bélier. L'espace de temps de la 1.e à la 2.e comprend 3 ans 3 mois 16 jours 23 heures; et entre la 2.e et la 3.e, 1 an, 1 mois, 7 jours, 7 heures. Le mouvement vrai de Jupiter dans le 1.er fut de 104^d. 43'; moyen en longitude 99^d. 55'; et dans le 2.e, vrai 36^d. 30', moyen, 33^d. 26'.

Fig. 1. Soient ABG ces trois oppositions sur l'excentrique du mouvement régulier ou moyen: D est le centre de l'écliptique. L'angle BDG = HDF est connu; on a donc le rapport de DF à F.H. L'arc BG donne l'angle BFG inscrit, et l'autre angle FBH, et le rapport de BF à F.H, et enfin celui de BF à DF. De même l'angle ADG est connu par les observations, et par suite l'angle ADF et le rapport de DF à FZ. L'angle AFG est connu par l'arc AG; ainsi restera connu l'angle DAF et le rapport de AF à FZ. Et si l'on fait ÷ AF : FZ : DF, on aura le rapport de AF à DF : on a donc ainsi celui de BF à AF. Or l'angle AFB est connu par l'arc AB, et l'angle T est droit: AT et FT sont donc connues relativement à AF. Otant FT de BF, reste BT connue, par laquelle et AT on aura AB par rapport à AF et à BF. Or on a AB en parties du diamètre du cercle ABG, l'arc AB étant connu par l'observation. Donc aussi le rapport de AF à ce diamètre sera connu, et par suite l'arc AF et ainsi tout l'arc FABG. S'il est une demi-circonférence, il aura le centre du cercle dans sa corde; s'il est moindre

que 180°, ce centre sera en dehors de la corde; si plus grand, en dedans. Donc cette corde GE sera connue ainsi que sa portion DE par rapport au diamètre, puisque ceux de DE à AE et de AE à AB sont connus.

Pour Jupiter comme pour Mars, Ptolemée cherche d'abord la distance de l'Epicycle à l'apogée de l'excentrique des moyens mouvemens par l'excentricité supposée connue entre les centres de l'écliptique et de l'excentrique des moyens mouvemens, par trois observations d'opposition nocturnes qui lui donnent des distances qu'il réduit à l'écliptique; et par le secours de ces distances corrigées au moyen des petits arcs de différences du mouvement moyen au vrai, il fixe l'excentricité et les distances à l'apogée, qu'il trouve les mêmes.

Fig. 2. La distance de l'Epicycle à l'apogée de l'excentrique, en chacune de ces trois oppositions, ainsi que l'excentricité, se trouvent en prenant ABG pour l'excentrique des moyens mouvemens, où D est le centre de l'écliptique. DG et DE sont connues par ce qui vient d'être dit relativement au rayon KM de l'excentrique, et leur rectangle est égal à celui de DM+DL qui, ôté du carré de KM, laisse celui de KD, excentricité, ainsi connue. ZD = ZG − DG + KD. Ainsi l'angle K y est connu: on connaît donc les côtés du triangle KDZ rectangle en Z. Ainsi l'angle K y est connu ainsi que l'arc MX: or l'arc GX est donné, puisqu'il est $\frac{EAG}{2}$ donné; donc ôtant MX, reste MG distance de la 3e opposition au périgée de l'excentrique, ôté de BG, reste BM dont la seconde opposition précède le périgée: et si on lui ajoute AB connu, viendra l'arc AM distance de la première opposition nocturne au périgée. Pour avoir leurs distances à l'apogée, retranchez celles qui viennent d'être trouvées, de 180°; les restes vous les donneront.

Fig. 3. Il faut évaluer les petits arcs de différences pour trouver l'apogée plus juste, parceque le mouvement de l'Epicycle ne se fait pas sur l'excentrique du moyen mouvement que nous venons d'employer, mais sur l'excentrique déférent dont le centre est ici D. Z le centre d'un cercle égal autour duquel Z le mouvement de l'Epicycle est moyen; et E le centre de l'écliptique. ED = DZ. Par l'angle connu NZX on a le rapport de ZD à DH et à HZ. Mais AD rayon de l'excentrique et DH connus, donnent AH qui avec HT = HZ fait AT par laquelle et par ET = 2 DH on obtient AE, et l'angle EAT. Et par le rayon ZX et ZT on a XT qui par le moyen de ET fait connaître EX, puis l'angle EXT qui retranché de EAT

laisse AEX dont nous ajouterons l'arc AO au lieu de l'Epicycle dans la première opposition nocturne; et la somme nous servira pour une nouvelle opération semblable

Fig. 4. Pour la seconde B, plus voisine du périgée, l'angle NZB connu donne le rapport de ZD à DH et à HZ, et de celle-ci au rayon ZX, d'où ôtant TZ = 2HZ, reste TX qui par ET = 2DH, donne EX et l'angle EXT. Par le rayon DB et DH on a BH, de laquelle ôtant TH, reste BT par laquelle et par TE on trouve BE et l'angle EBT. Celui-ci retranché de EXT laisse BEX et son arc XU que nous ôterons du lieu de l'Epicycle, et nous prendrons le reste pour une autre opération comme dans Manle.

Fig. 5. Le point de la 3.e opposition est après le périgée. GZD, angle connu, donne le rapport de DH et de HZ à DZ connue: ôtant ZT du rayon ZX, reste TX par laquelle et par ET on connaît EX et l'angle EXT. Par DG et DH connues, on a HG d'où ôtant HT, reste TG par laquelle et par ET on obtient EG et l'angle EGT qui ôté de EXT laisse GEX dont l'arc IX * s'ajoute au lieu vrai de l'Epicycle dans la 3.e opposition; et la somme sert pour une nouvelle opération. Par ces moyens on arrive aux mouvemens vrais qu'on substitue à ceux des observations, et ces différences étant ajoutées aux mouvemens moyens, on prend de nouveau l'excentricité et la distance de chaque opposition à l'apogée ou au périgée de l'excentrique, et on en recherche encore les petits arcs, jusqu'à ce qu'on ait trouvé juste; ce qui se verra quand ces arcs trouvés par une opération, seront égaux à ceux que donnera l'opération suivante. Ptolémée a trouvé ainsi cette excentricité, de 5.p 30' des 60 parties du rayon de l'excentrique. Si par cette excentricité trouvée et par les distances des trois oppositions à l'apogée ou au périgée de l'excentrique des moyens mouvemens, on trouve leurs distances entr'elles les mêmes relativement au centre du monde que nous avons tracées auparavant, il sera certain que ce que nous avons conclu pour la quantité de l'excentrique et des distances des trois oppositions est conforme à l'expérience qu'on en a par les observations, et par conséquent exacte: c'est en effet ce que Ptolémée trouve dans les figures 6, 7 et 8, par les mêmes moyens que dans les trois précédentes, et il en conclut que le lieu de l'apogée de l'excentrique était dans 11.d de la Vierge, parceque celui de la 3.e opposition était dans 14.d 23' du Bélier, et que sa distance au périgée était suivant l'ordre des signes, de 33.d 23' qui ôtés de 14.d 23' + 360.d, laissent 345.d 37' pour le périgée dans 11.d des Poissons dont le point diamétralement opposé est l'apogée

sur 11d. de la Vierge? On connaît le lieu moyen de Jupiter dans l'écliptique, fig. 9, et sa distance à l'apogée moyen de l'Epicycle, dans quelqu'une des trois oppositions, en prenant l'angle GZM de la moyenne distance au périgée connu par la troisième opposition nocturne; ce perigée est connu par ce qui précède: en l'ajoutant à cette distance, on arrive au lieu moyen de Jupiter. L'angle GEM de la distance vraie au périgée est donc connu; on aura donc aussi l'angle EGZ, et son arc TK qui ajouté à 180d., donne l'arc HTK cherché.

2°. Fig. 9. Ptolemée a trouvé le rapport du rayon de l'Epicycle au rayon de l'excentrique, par une observation du 26 Mésor au 26 d'Antonin . 5 heures avant le lever du Soleil, il vit par comparaison à Aldebaran, le lieu vrai de Jupiter en 15d. 5' des Gémeaux, à peu près en conjonction avec la Lune, un peu plus méridionale en 15d. 45' des Gémeaux, le Soleil étant moyen en 16d. 11' du Cancer, et 2d. du Bélier, étant au méridien. Le temps entre cette observation et celle pour laquelle nous avons pris précédemment le lieu de la Planète, est connu; on connaîtra aussi le mouvement moyen de la Planète pour cet espace de temps, l. Quoique non encore corrigé, il ne fera aucune erreur sensible. Le lieu moyen est donné par l'observation: le périgée et le lieu moyen de la Planète donnent l'angle BZG; puis les rapports de DM et MZ à DZ; BM sera connue par DB et DM, et $LB=BM-LM=MZ$. $BE=\sqrt{BL^2+EL^2}$, d'où l'angle EBL est connu. $EZB-EBZ=GEB$ distance angulaire du centre de l'Epicycle au périgée de l'excentrique; l'arc HK de la distance de la Planète à l'apogée moyen de son Epicycle, est connu, de même que le lieu moyen de cette Planète; or on avait $EBZ=HBT$ dont l'arc BT est connu qui, ôté de HK laisse l'arc TK d'argument vrai de la Planète; et son arc TBK sera connu. On a GEK par le lieu de la Planète dans l'observation; et par le périgée, on avait d'abord GEB: leur différence est BEK qui ôté de TBK, laisse BKE; et N étant droit, on a les rapports de EB et de BK à BN, et ainsi de BK à EB. Or EB est connue en parties du diamètre de l'excentrique; donc on aura le rayon BK de l'Epicycle à celui de l'excentrique, comme 11p. 30' à 60p.

3°. Fig. 10. Ptolemée a corrigé le mouvement moyen de Jupiter comme celui de Mars, par deux observations, l'une de l'an 45 de l'ère de Denys ou 83 depuis la mort d'Alexandre, du 17 au 18 Epiphi au matin, le Soleil moyen étant sur 9d. 56' de la Vierge; l'autre de l'an 1 d'Antonin où Jupiter fut vu par Ptolemée en 11d. 26' du Cancer. L'intervalle a été de 378 ans, auxquels répondent 3d. 47' de précession. Ainsi le lieu de l'étoile où était Jupiter, était en 7d. 11' du Cancer.

ABG est l'excentrique, A et G l'apogée connu et le périgée opposé. L'angle L.F.T est connu par le lieu de l'apogée avec le lieu moyen du Soleil et le lieu vrai de la Planète, et l'alterne-interne BTE. N est droit: donc le côté BN du triangle TBN sera connu par rapport à BT. L'angle M est droit; donc on a le rapport de DM à DE. NX = DM; donc le rapport de BX au rayon de DB de l'excentrique, est connu, parceque BT et DE sont des hypoténuses de triangles semblables, où BN et DM sont homologues et en rapports connus à DB. On a donc deux côtés du triangle rectangle BDX; et ainsi tous ses angles et le côté DX. Donc tout l'angle ADB est connu; d'où l'on connaîtra ZH et KD relativement à DZ et au rayon de l'excentrique. On en tirera KB par laquelle et la perpendiculaire ZK on aura ZB avec l'angle ZBK. Ainsi les deux angles ZDB et ZBD sont connus et égaux à l'angle AZB extérieur, qui est la distance moyenne de l'Epicycle à l'apogée. Mais l'angle AEL de la distance moyenne du Soleil à l'apogée de l'excentrique, étoit connu: ces deux angles égalent l'angle HBT; car H est l'apogée moyen de l'Epicycle: donc l'arc HT est connu, et c'est la distance en longitude moyenne de la Planète à l'apogée de l'excentrique. En effet, le lieu moyen de l'apogée est connu: c'est pourquoi le lieu moyen de la Planète est donné. Comparant la valeur de cet arc avec la longitude prise dans les tables, on verra s'il y a de la différence ou non. Dans l'un et l'autre cas on agira comme on l'a dit à l'égard des autres Planètes, pour corriger ou non la longitude tabulaire.

On pourrait procéder de même pour l'anomalie; mais comme le mouvement moyen d'anomalie dépend des mouvemens moyens du Soleil et de quelqu'un des trois autres astres, il suffira de corriger la longitude moyenne.

4°. Pour fixer l'époque du moyen mouvement de Jupiter en longitude, opérez comme ci-dessus pour les autres Planètes, en prenant la longitude moyenne corrigée pour un certain temps; retranchez-en le mouvement moyen corrigé, pendant l'espace: le reste vous donne l'époque pour l'ère de Nabonassar. L'époque de l'anomalie vous sera donnée par deux époques, celle du mouvement moyen du Soleil, et celle du mouvement moyen de la Planète, en retranchant l'une de l'autre.

5°. Fig. 12. Pour Saturne, cherchons d'abord le lieu de son apogée comme pour les deux autres Planètes supérieures, par trois observations. L'une est de l'an 11 d'Adrien, faite en deux nuits consécutives, par Ptolemée qui le vit d'abord près de son opposition nocturne, et ensuite au-delà: et le moyen terme lui a donné son vrai lieu en 1°. 13' des Serres, le Soleil moyen

étant sur 1d. 13' du Bélier, le 1 de Méchir à 6 heures du soir. La seconde, est de l'an 17 d'Adrien à 4 heures du soir du 17 Epiphi, en 9d. 40' du Sagittaire. La troisième, de l'an 20 d'Adrien à midi du 24 Mésor, en 14d. 14' du Capricorne. Le temps du premier intervalle fut de 3 ans, 70 jours, 22 heures, et le mouvement moyen 75d. 43'; du second, 3 ans, 35 jours, 20 heures, et 37d. 33. Mais le vrai 68d. 27', et 34d. 34'. A, B, G sont ces trois points. L'angle BDG est connu; et le rapport de DE à EH : BG donne BEG; et ainsi EBD, et le rapport de BE à EH, et par suite, de BE à DE. L'angle ADE est connu par ADG; et ZE par rapport à DE : or AED est connu par l'arc ABG, ainsi que EAD, et le rapport de AE à EZ, et ainsi de AE à DE, et par conséquent ceux de AE et BE à DE, et ainsi de AE à BE connues entr'elles l'une par rapport à l'autre. Mais on a AEB par l'arc AB; on a donc AT et TE relativement à AE, et la restante TB par laquelle on aura AB connue par rapport au rayon de l'excentrique étant corde de l'arc connu AB de ce cercle; et toutes les autres lignes seront connues aussi par leur rapport à ce rayon. Ainsi l'arc AE sera connu par sa corde, et tout l'arc EAG avec sa corde EG. Mais on a DE connue par rapport à AB, et ainsi par rapport au rayon de l'excentrique; et retranchée de GE, elle laisse GD connue. L'arc EABG fera voir si le centre de l'excentrique est dehors ou dedans ou sur la corde EG. S'il est dessus, sa distance au point D ou l'excentricité, sera aisément connue; sinon voici comment on la trouvera:

Fig. 13. K est le centre de l'excentrique, en dedans de EABG et de la corde EG. $\sqrt{(\overline{KM}^2 - ED \times DG)} = KD$, $EN = \frac{EG}{2}$ fait connaître ND : N est droit; on a donc DKN, DN et l'arc XM. L'arc $\frac{GE}{2}$ donne GX connu qui ajouté à XM, fait GXM connu. Ôté de 180d., restera l'arc GL connu, qui est la distance de la 3e. opposition G, à l'apogée L de l'excentrique. Mais BG est donné par l'observation: ôté de LG, reste LB arc connu de la distance de la 2de. opposition à l'apogée; et LB retranché de AB, donne la distance de la 1re. à ce même apogée.

Quant aux petits arcs de différences pour la réduction à l'écliptique, (Fig. 14) D est le centre de l'excentrique déférent, Z celui de l'excentrique égal du moyen mouvement, E celui de l'écliptique. NZX est connu; on a donc les rapports de DH, HZ, ET, TH à DZ et au rayon de l'excentrique AD qui avec DH donne AH, puis HT et AT par laquelle et ET = 2DH on a AE et l'angle EAT; ZX = AD + TZ = TX qui avec ET donne EX, puis l'angle EXT. Celui ci ôté de EAT, laisse AEX et son petit arc qui est celui de la différence cherchée pour la première opposition.

Pour la seconde, (fig. 15), on agit de même par l'angle NZX connu qui fait trouver les valeurs de toutes les droites relativement au rayon DB, puis BH par celle-ci et par DH, BH + HT = BT qui avec ET fait avoir EB et l'angle EBT. Or ZX = DB, et ZX + ZT = TX qui avec ET donne EX toujours par le carré de l'hypoténuse, et aussi l'angle EXT qui ôté de EBT, laisse BEX et son petit arc cherchés. Pour la troisième opposition (fig. 16), des procédés semblables fondés sur l'arc connu GEX et son petit arc cherché de différence par des opérations successives; au moyen de ces trois arcs employés, vous en trouverez d'autres encore plus justes. (× NZX vous feront connaître l'angle ×)

Ptolemée a trouvé l'excentricité DZ de 6.p 50' des 60 du rayon de l'excentrique; et comme aux trois autres Planètes, il a placé le centre de l'excentrique déférent ou portant l'Epicycle, entre le centre de l'écliptique et celui de l'excentrique, de mouvement moyen.

Fig. 17. Cette excentricité et les autres choses qui viennent d'être trouvées, sont prouvées être justes, par les arcs que décrit Saturne dans les deux intervalles par son mouvement vrai ainsi déterminé: D est le centre du déférent; LZA est connu ainsi que les rapports de DH, HZ, TH, ET à DZ et par conséquent au rayon de cet excentrique. Par DH et DA on a AH qui avec HT donne AT, et celle-ci avec ET procure AE et l'angle EAT qui ôté de LZA laisse LEA connu, qui est la distance de la première opposition, à l'apogée de l'excentrique.

Fig. 18. BEL sera connu par les mêmes moyens, c'est à-dire la distance de la seconde opposition à cet apogée. Si les arcs de ces deux distances sont égaux à l'arc parcouru par le mouvement vrai de Saturne dans le premier intervalle de temps, tout est bien.

Fig. 19. Vous connaîtrez également l'angle GEL dont vous ôterez l'angle BEL, et le reste donnera la distance angulaire avec l'arc du second intervalle qui se trouvera égal à celui que vous avez eu par les premières opérations.

La distance de chacune des trois oppositions à l'apogée étant ainsi connue, et leurs lieux dans l'écliptique, comme on aura facilement celui de l'apogée, Ptolemée a trouvé la distance de la troisième opposition à cet apogée, de 51.d 14': son lieu était en 14.d 14' du Capricorne, depuis lesquels comptant 51.d 14', Ptolemée aboutit à 23.d du Scorpion, où était par conséquent le lieu de cet apogée au commencement du règne d'Antonin, et le périgée en 23.d du Taureau.

Fig. 20. Le lieu de l'apogée étant connu, et la distance moyenne à chacune des trois oppositions ayant été trouvée plus haut, leurs lieux moyens sont connus. Sur le point G de la troisième, je décris l'Epicycle: on aura l'arc HTK de la distance de Saturne à l'apogée de l'Epicycle dans cette 3.e opposition, par l'angle GZL connu, ainsi que GEL, angle de la distance vraie à l'apogée de l'excentrique. (Donc EGZ = GZL − GEL est connu; et son arc TK qui, ôté de 180.d = TKH, laisse HK distance moyenne de Saturne à l'apogée de l'Epi=cycle.

6.° Le rayon de l'Epicycle se connaîtra par rapport à l'excentrique de Saturne, par une observation où Ptolemée, l'an 2 d'Antonin, le 6 Méchir à 4 heures avant minuit, vit par comparaison à Aldebaran et à la Lune, Saturne en 9.d 4' du Verseau, le dernier degré du Bélier étant au méridien, et le Soleil moyen en 28.d 41' du Sagittaire. Il avait le temps écoulé entre cette observation et la 3.e opposition nocturne; il avait donc le mouvement moyen pendant ce temps-là. Il connaissait aussi le lieu de Saturne dans cette 3.e oppo=sition; il eut donc le mouvement moyen pour son observation, et aussi la distance à l'a=pogée moyen de l'Epicycle.

Fig. 21. D est le centre de l'excentrique déférent ou portant l'Epicycle; Z celui des moyens mouvemens; E de l'écliptique; K le lieu de la Planète. H est l'apogée moyen de l'Epicycle, et T l'apogée vrai.

L'angle AZB est connu par le lieu moyen de Saturne dans l'observation, et celui de l'apogée: on a ainsi les rapports de DM, MZ, EL, LM à DZ et au rayon DB de l'excentrique: ce rayon et DM quarrés feront trouver BM qui avec LM donnent BL par le carré de laquelle et de EL, on a EB; puis l'angle EBL qui, retranché de AZB, laisse connu AEB. Le lieu vrai de Saturne dans l'observation et celui de l'apogée sont connus et donnent l'angle AEK qui, ôté de AEB, laisse KEB connu ainsi que le rapport de EB à BN. L'angle HBK, distance de Saturne à l'apogée moyen de l'Epicycle, est aussi connu: diminué de HBT = EBL, reste l'angle TBK ainsi connu. Or TBK = KEB + BKE qui devient ainsi connu ainsi que le rapport de BK à BN par rapport à qui on connaît aussi EB. Donc on a BK à BE comme 6.p 30' à 60.p

7.° Fig. 22. On corrige les moyens mouvemens de Saturne, comme ceux de Jupiter et de Mars, par une comparaison entre la 3.e opposition et une observation, L'an 519 de

Nabonassar, 14 Tubi au soir, Saturne fut vu deux doigts sous l'épaule australe de la Vierge; le Soleil moyen étant en 6^d. 10' des Poissons. Mais lors de l'observation que Ptolemée en fit l'an 1 d'Antonin, il était sur 13^d. 10' de la Vierge. L'espace de temps entre les deux observations est 366 ans, pendant lesquels les fixes se sont avancés vers l'orient de 3^d. 40' qui, ôtés de 13^d. 10', laissent 9^d. $\frac{1}{2}$ ♍ pour le lieu de Saturne dans la 1.re observation. De même, l'apogée de Saturne, que Ptolemée remarqua en 23^d. du Scorpion, était sur 19^d. 20'.

L'angle AET est connu à cause des lieux de l'apogée et de la Planète, connus: le lieu moyen du Soleil est aussi connu; ainsi on a l'angle AEL, et par conséquent tout l'angle LET = ETB à cause de EL parallèle à BT. Donc BTN est connu. N est droit; on a donc le rapport du rayon BT de l'Epicycle à BN. On a le rapport de DE à DM, et DM et BN seront connues en parties du rayon DB de l'excentrique. Or DM = NX; donc BX est connue: or l'angle X est droit; l'angle ADX est connu parce qu'il est égal à l'angle AET connu, et on a BDX par sa corde BX connue en parties de DB. On a aussi les rapports de DK et KZ à DZ, et par DZ à DB; donc on aura BK par laquelle et par KZ sera connue BZ, puis l'angle DBZ qui avec BDZ connu parcequ'il est la distance vraie à l'apogée de l'Epicycle, fait l'angle AZB distance moyenne à l'apogée de l'excentrique. Or le lieu de l'apogée est connu; donc le lieu moyen de la Planète sera connu. On a d'ailleurs le lieu moyen du Soleil; donc on aura la distance entre les deux lieux moyens de la Planète et du Soleil, laquelle est égale à la distance de la Planète à l'apogée de l'Epicycle: ce qui fait connaître celle-ci. On aura donc ainsi le mouvement moyen de la Planète pendant le temps qui sépare les deux observations dont l'une est celle de la 3.e opposition nocturne, et l'autre celle dont il s'agit ici. S'il est égal à celui des tables pour le même espace de temps, il n'y a rien à changer à celui-ci; sinon on divisera la différence par le nombre des jours, et on ajoutera ou diminuera le quotient sur le mouvement diurne tabulaire selon que celui-ci sera au plus petit ou plus grand; et de même pour le mouvement d'anomalie: mais la rectification de celui-ci dépend plutôt de la correction du mouvement moyen en longitude, et de la certitude de celui du Soleil.

8.° L'époque des mouvemens moyens de Saturne se détermine comme celle des autres Planètes, pour l'ère de Nabonassar, par le temps entre cette ère et une observation où l'on connaît le lieu moyen de l'astre, en prenant dans les tables le mouvement moyen pour ce

et en l'ôtant du lieu moyen de la Planète dans cette observation. Le reste est l'époque cherchée. Pour l'anomalie, de même. Mais comme elle dépend des moyens mouvemens de la Planète et du Soleil, son époque s'en conclura.

Le reste de cet onzième livre de Ptolemée contient un chapitre IX.e où il montre comment par les mouvemens moyens, on calcule les vrais; un X.e où il donne les principes sur lesquels il a construit une table de leurs anomalies ou irrégularités; ensuite cette table développée, et enfin un XI.e où il enseigne à se servir de ces tables &c.

Le peu que Regiomontan dit là-dessus se trouvera avec d'autres supplémens que je rassemblerai pour remplacer le onzième livre des commentaires de Théon qui est entièrement perdu, lorsque je donnerai la traduction de ces commentaires &c.

Analyse
du douzième livre de l'Almageste.

1.° Supposons que le mouvement de l'épicycle dans le concentrique et celui de la Planète dans l'épicycle, soient égaux ensemble au moyen mouvement du Soleil, mais que le centre de l'excentrique se meuve suivant l'ordre des signes avec la même vitesse que le Soleil, et que la Planète avance aussi avec la même vitesse que l'épicycle dans le concentrique; son lieu moyen sera déterminé par une ligne menée du centre du monde parallèlement à la droite qui du centre de l'excentrique passe par le centre de la Planète.

Soit Z (fig. 1) le centre du cercle concentrique à l'écliptique, et A le point où était le centre de l'épicycle quand la Planète était dans l'apogée D de l'épicycle, en conjonction avec le Soleil moyen, et H étant le centre de l'excentrique. Or l'épicycle est en B, et la Planète est en O. AZB est l'angle de moyen mouvement du Soleil, et DBO celui d'anomalie ou d'argument moyen. Soit AZX l'angle de mouvement moyen du Soleil; N sera le centre de l'excentrique égal au concentrique, dont le rayon est à celui de l'épicycle, comme le rayon de l'excentrique est à la distance des centres. Or AZB + DBO = AZX; ôtant AZB commun, reste BZX = DBO. Ainsi ZB = NO parallèle, ainsi que NZ = OB; donc l'excentrique passe par O. Et ZB étant la ligne de moyen mouvement, la Planète sera dans NO de mouvement vrai, et au point O. Mais par l'épicycle, elle est au même point: donc l'angle XNO d'argument moyen, est égal à l'angle DBO. Si les rayons de l'excentrique et du concentrique sont inégaux, et le rapport de celui du concentrique à celui de l'épicycle, comme de celui de l'excentrique à l'excentricité, on aura toujours les mêmes résultats, comme nous l'avons fait voir pour la Lune.

C'est ce qui a lieu effectivement pour Vénus et Mercure. Car supposons le mouvement de l'épicycle dans le concentrique égal au mouvement moyen du Soleil, à chacun son mouvement d'argument, mais le mouvement du centre de l'excentrique suivant l'ordre des signes, égal à la

somme du moyen mouvement du Soleil et du moyen mouvement de l'argument; il suit de la figure 1, que toute station et rétrogradation de la Planète, par voie d'épicycle et de concentrique, a lieu aussi par l'excentrique; quoique le centre de l'excentrique et la ligne de moyen mouvement de la Planète ne se meuvent que suivant l'ordre des signes, mais toujours dans des lieux proportionels; c'est-à-dire si à une certaine distance de l'apogée de l'épicycle, la Planète ne paraît stationnaire, elle paraîtra l'être aussi à une égale distance de l'apogée de l'excentrique. Si la Planète n'avait qu'une seule anomalie, comme le croyaient Apollonius et autres anciens, il suffirait d'employer l'épicycle pour démontrer les stations et rétrogradations. Mais nous avons montré que chaque Planète a deux anomalies: il faut donc faire entrer l'épicycle et l'excentrique dans l'explication des phénomènes que nous considérons ici.

Fig. 3. Ptolemée démontre d'après Apollonius de Perge, que si la base d'un triangle rectiligne est coupée en deux portions dont l'une D ne soit pas moindre que le côté adjacent, celle portion D sera à l'autre B en plus grande raison que l'angle adjacent à la portion B, à l'angle adjacent à la portion D, ou $GD : DB > ABG : AGB$.

Fig. 2. de R. L'astre qui n'a qu'un mouvement suivant l'ordre des signes autour du centre du monde, ne paraît jamais rétrograder, mais bien celui qui en a deux, soit par l'épicycle et le concentrique, ou par l'excentrique seul dont le centre se meut en sens contraire à l'ordre des signes. Car soit l'épicycle AG, et le centre de l'écliptique E; si la raison de DG à EG n'est pas plus grande que celle du mouvement de l'épicycle à celui de l'astre dans l'épicycle, l'astre ne paraîtra pas rétrograder; car s'il rétrogradait, ce serait surtout au périgée G, où l'anomalie diminue le plus du mouvement en longitude. Mais supposons l'arc GT bien petit: la base du triangle DTE est coupée de sorte que DG n'est pas moindre que DT. Donc $\frac{GD}{GE} > \frac{TED}{TDE}$. Or $\frac{GD}{GE} = \frac{\text{vitesse de l'épicycle}}{\text{vitesse de la Plan. dans l'épic.}}$: donc $\frac{DET}{TDE} < \frac{\text{vitesse de l'épicycle}}{\text{vitesse de la Planète}}$. Mais EDT est l'angle de vitesse de la Planète; donc l'angle de vitesse de l'épicycle est $> DET$. Soit DEL cet angle de vitesse de l'épicycle; alors pendant que l'astre décrit l'arc TG de l'épicycle, il paraîtrait faire l'angle TEG contre l'ordre des signes, autour du centre E du monde, si l'astre seul marchait et que le centre de l'épicycle restât en repos sur l. Mais dans ce même temps l'épicycle a fait l'angle GEL > TEG, suivant l'ordre des signes; donc l'astre paraît emporté suivant l'ordre des signes par son épicycle, d'une quantité égale à l'excès de l'angle GEL sur l'angle TEG, c'est-à-dire de l'angle LET: il n'a donc pas eu de rétrogradation.

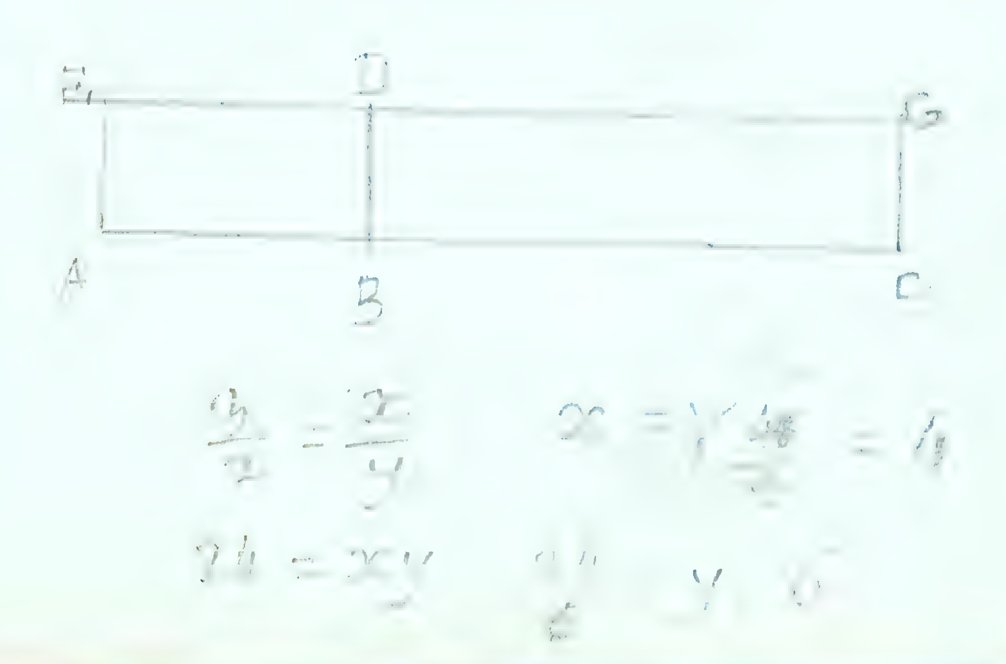
‡ Cela est bien démontré dans les Élémens de Géométrie de Lacaille, et toute la théorie des épicycles, fort bien expliquée dans ses élémens d'Astronomie.

D. L. C.

De même pour GZ. DEZ < l'angle de vîtesse de l'épicycle. Soit cet angle DEM. Quand la Planète décrit l'angle GDZ autour de D, elle paraît au centre E décrire DEZ contre l'ordre des signes. Mais alors le centre de l'épicycle fait le mouvement angulaire MED suivant l'ordre des signes. Or MED − MEZ = DEZ; donc la Planète paraîtra aller contre l'ordre des signes, d'une quantité = DEZ: c'est pourquoi le Soleil et la Lune ne rétrogradent jamais. Car le Soleil a le même mouvement dans son épicycle supposé, que cet épicycle autour du centre de l'écliptique; et la raison du rayon GD de cet épicycle à la partie EG du rayon du concentrique, laquelle est hors de l'épicycle, est de beaucoup au-dessous de l'égalité; car Ptolemée l'a trouvée de 1 à 23. Il en est de même pour la Lune.

Pour les cinq Planètes, c'est autre chose; car elles ont la raison de GD a EG plus grande que celle de la vîtesse de l'épicycle à la vîtesse de l'astre: ce qui fait que la sécante ED a la moitié de la portion dans l'épicycle, à la portion extérieure, en raison de la vîtesse de l'épicycle à la vîtesse de l'astre. Car ∬ plus les portions intérieures s'éloignent de A, plus elles diminuent; et au contraire, plus les portions comme la raison de la moitié de TK à ET est à la raison de la vîtesse de l'épicycle à la vîtesse de la Planète, ainsi étant la raison de la moitié de ZB à EZ, la Planète paraîtra stationnaire en T et en Z; rétrograde dans tout l'arc TGZ, et directe dans tout le reste de l'épicycle.

En effet, (fig. 4) Z est le centre de l'écliptique. Régiomontan détermine les points de station en disant: La base BZ du triangle BKZ est coupée tellement que HZ > BZ. Donc BH : HZ > BZK : KBZ, et > 2 BZK : 2 KBZ. Donc $\frac{BH}{2}$: HZ > BZK : 2 KBZ = HEK. Mais $\frac{BH}{2}$: HZ : vîtesse de l'épicycle : vîtesse de la Planète. Donc la vîtesse de l'épicycle est à la vîtesse de la Planète = l'angle HEK en plus grande raison que l'angle BZK à cet angle HEK. Donc l'angle de la vîtesse de l'épicycle pour l'angle HEK de la vîtesse de la Planète, est plus grand que l'angle BZK. Soit HZN cet angle de la vîtesse de l'épicycle; alors, pendant que la Planète dans l'épicycle décrit l'angle HEK, elle paraît décrire l'angle KZH contre l'ordre des signes autour du centre Z, et pendant le même temps, le centre de l'épicycle décrit l'arc HN; et ainsi tout l'épicycle avance suivant l'ordre des signes, du mouvement angulaire HZN. L'épicycle avance donc plus que la Planète ne rétrograde, de l'angle KZN: c'est pourquoi elle paraît stationnaire dans tout l'arc HK. Et du point H vers le périgée, elle paraîtra rétrograde sur un ~~petit~~ arc HM pour petit qu'il soit; car la raison de ZH à BH est plus grande que celle de l'angle MBZ


E
D
G
A
B
C

à l'angle BZM, puisque la base du triangle BZM est coupée en deux portions dont ZH est plus grande que ZM. Donc BH : HZ < BZM : MBZ, < 2 BZM : 2 MBZ. Et $\frac{BH}{2}$: HZ < BZM : 2 MBZ = = HEM. Or BH : HZ : : vitesse de l'épicycle : vitesse de la Planète. Donc l'angle de vitesse de l'épicycle : angle de vitesse de la Planète < HZM : HEM. Mais HEM est l'angle de vitesse de la Planète dans l'épicycle : donc l'angle de vitesse de l'épicycle est plus petit que HZM. Soit cet angle HZT; alors, pendant que la Planète dans l'épicycle décrit l'arc HM de l'angle HEM, elle paraît avoir un mouvement angulaire HZM autour de Z contre l'ordre des signes pour ce qui concerne l'épicycle; mais dans le même temps, le centre de l'épicycle s'est avancé suivant l'ordre des signes, de l'angle ou mouvement angulaire TZH. La rétrogradation est donc plus grande que la direction de l'arc TM = HM − TH. Or la Planète étant directe dans tout l'arc HK et rétrograde dans l'arc HM, elle est donc stationnaire en H qui est la fin de la direction et le commencement de la rétrogradation. Tel est le point de station. On démontrerait la même chose de l'autre ~~part~~ côté du périgée.

Fig. 5. Le rapport de deux droites étant donné; si l'on connaît leur rectangle, on aura chacune de ces droites. Car soit $\frac{BC}{AB} = R$, et $BC \times AB = P$. $BC = AB \times R = \frac{P}{AB}$, $AB^2 = \frac{P}{R}$ $AB = \sqrt{\frac{P}{R}}$. Et $BC = \frac{P}{\sqrt{\frac{P}{R}}}$. Quand on connaît la distance de l'épicycle à l'apogée de l'excentrique, on en tire les vitesses de l'épicycle et de la Planète correspondantes, au moyen mouvement donné. Si par exemple cette distance du centre de l'épicycle à l'apogée de l'excentrique est de 10°, et que je veuille savoir de combien il avance relativement au centre de l'écliptique, et combien la Planète fait de chemin dans l'épicycle avec cette distance, je prends l'équation du centre; j'y ajoute l'arc de moyen mouvement donné; je prends l'équation du centre pour cette somme; j'ôte la différence de ces deux équations, de l'arc de ce moyen mouvement, si l'épicycle est vers l'apogée, ou je l'ajoute s'il est vers le périgée; toujours dans le même côté ou demi-cercle relativement à l'apogée. Je veux dire que si le centre moyen donné montre l'épicycle avant l'apogée, la somme de ce centre moyen et de l'arc de ce moyen mouvement, l'y montre aussi, ou après, si l'autre le montre après; et de même pour le reste. Mais si l'un des deux montre l'épicycle avant, et l'autre après cet apogée, il faut soustraire la somme de ces deux équations, de ce moyen mouvement; et si l'un place l'épicycle avant le périgée et l'autre après, il faut ajouter la somme de ces équations du centre au moyen mouvement donné. Pour la vitesse de la Planète dans l'épicycle, on prend l'argument

R.

N M

moyen qui répond au moyen mouvement; ce qui se fera aisément si l'on fait à combien de temps de répond le mouvement moyen donné. Ajoutez ou retranchez sur cet argument moyen que vous avez diminué ou augmenté pour avoir la vitesse de l'épicycle, ce que vous en avez ôté ou ce que vous y avez ajouté.

Fig. 7. 8. 9. 10. Comment détermine-t-on l'arc DEZ de distance de la Planète à l'apogée vrai de l'épicycle, au commencement de la rétrogradation ou de la direction? On suppose connue la distance du centre A de l'épicycle à l'apogée de l'excentrique, et par elle, leur vitesse respective; TZ moitié de EZ étant à ZG du centre de l'écliptique, comme la vitesse de l'épicycle est à la vitesse de la Planète dans cet épicycle, on cherche l'arc DEZ qui commence au point Z où la Planète stationnaire paraît commencer à rétrograder. Si ce point est dans le côté de l'épicycle où la direction finit, elle recommencera de l'autre côté. On a le rapport de EZ à ZG; et ainsi celui de T à ZG: on a aussi celui de AH rayon de l'épicycle à AG rayon du concentrique, et de DH à HG. Ainsi on aura DG par rapport à HG; × on connaîtra donc le rectangle de GD par HG; or il est égal à celui de EG par ZG qui sera ainsi connu. On aura donc EG et GZ relativement à AH; et par là EZ sera connue ainsi que sa moitié TZ: on a donc les deux côtés TZ et ZA du triangle rectangle ZTA: On a ainsi son côté AT et l'angle TAZ, et par suite les angles AGT et TAG, d'où ôtant TAZ, reste ZAH connu ainsi que son arc ZH. Celui-ci ôté de 180°, laisse connu l'arc DEZ, cherché. De même, la Planète sera stationnaire en Z, après un arc HZ' = HZ de rétrogradation dans l'autre côté de DG au commencement de la direction où finira la rétrogradation.

Fig. R. On évalue l'arc moyen d'anomalie décrit sur la circonférence de l'épicycle par la Planète pour le temps de la moitié de la rétrogradation depuis le périgée vrai de l'épicycle, lequel est différent de son périgée moyen, la Planète étant opposée au lieu moyen du soleil. Z est l'apogée de l'excentrique; E est le centre de l'écliptique; T est le centre du moyen mouvement. Le centre D de l'épicycle est entre l'apogée et la longitude moyenne de l'excentrique; A est l'apogée vrai de l'épicycle; G est le périgée vrai, et H le périgée moyen de l'épicycle; B le point où la rétrogradation commence. On aura l'arc BG de la distance de la Planète au périgée vrai, par ce qui vient d'être démontré. Mais la Planète ne le décrit pas précisément depuis B jusqu'au milieu de la rétrogradation; car pendant que la Planète approche du périgée, l'épicycle s'éloigne de plus en plus de l'apogée de l'excentrique. Ainsi l'angle EDT a



d'anomalie sera plus grand au milieu de la rétrogradation, qu'au commencement; c'est pourquoi le périgée vrai de l'épicycle sera plus distant du périgée moyen. Soit M le périgée vrai au milieu de la rétrogradation : l'astre décrira donc l'arc BM de l'épicycle depuis le commencement de la rétrogradation jusqu'à son milieu; mais à la fin de la rétrogradation, le périgée de l'épicycle aura varié d'un arc égal à GM. Supposons le en N: alors l'arc de l'épicycle parcouru du milieu à la fin de la rétrogradation, sera BM à peu près. Nous cherchons donc BM que nous connaîtrions si nous avions l'arc GM. Mais on ne peut pas avoir celui ci si on n'a pas les angles d'anomalie causés par l'excentrique, dont l'un est au commencement, l'autre au milieu de la rétrogradation; car la différence de ces angles donnerait GM, si ce commencement et ce milieu arrivaient avant ou après l'apogée. Mais si l'un arrive avant, et l'autre après l'apogée ou le périgée, les angles d'anomalie eux-mêmes donneront GM.

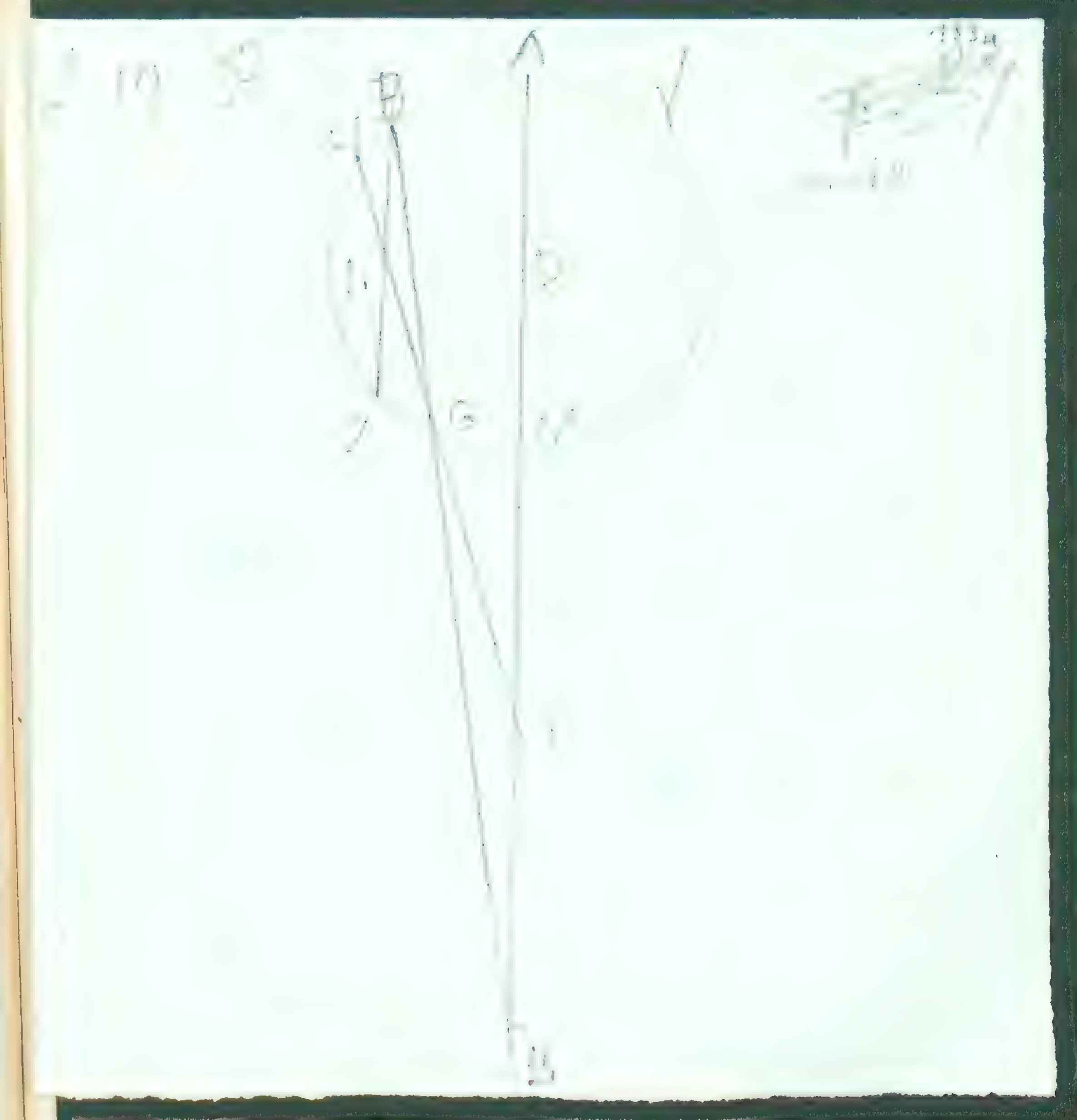
Pour connaître à peu près ces angles; l'arc BG est connu ainsi que le rapport de la vitesse de l'épicycle à celle de la Planète: or cet arc mesure la vitesse de la Planète dans l'épicycle; on aura donc par son moyen l'arc décrit alors par l'épicycle. Prenez donc l'équation du centre, avec le centre moyen employé pour trouver l'arc ZH ci-dessus. Ajoutez à ce centre moyen, l'arc de vitesse de l'épicycle, et avec la somme, cherchez une autre équation du centre. La diffé=rence des deux est égale à l'arc GM que vous ôterez de l'arc BG; restera connu BM arc cherché, si l'épicycle est entre les deux distances moyennes de l'excentrique vers l'apogée; ou vous ajouterez cette différence à GM, si l'épicycle est dans l'autre portion de l'excentrique, et cela, soit près de l'apogée, soit près du périgée tous deux. Mais si l'un est vers l'apogée et l'autre vers le périgée, il faut, au lieu de prendre la différence des équations du centre, prendre leur somme, et agir de même ensuite. Le double de BM trouvé ainsi, est à peu près l'arc de la rétrogradation entière dont vous aurez la durée en même temps par la table des mouvemens moyens; ou pour l'avoir plus juste; après avoir trouvé l'arc d'anomalie, cherchez le mouvement moyen qui lui répond en longitude, et employez le au lieu de l'arc décrit par l'épicycle que vous aviez pris d'abord par le rapport des vitesses.

Enfin, pour déterminer l'arc de la demi-rétrogradation, dans la fig. 10; on connaît l'an=gle AGT par lequel la Planète rétrograderait pendant la demi-rétrogradation, si alors l'épicycle n'était pas emporté par l'excentrique; mais pendant ce temps-là il va lui-même sui=vant l'ordre des signes. Il faut donc que l'angle décrit par la ligne du mouvement vrai de l'épicycle, pendant la demi-rétrogradation, soit ôté de l'angle AGT. Le reste sera la quantité

A
B
L
E
H
K
H T M
G
Z

dont la quantité aura rétrogradé alors. Or vous avez par ce qui précède, le temps de la demi-rétrogradation ; ajoutez-y le mouvement moyen pris dans les tables, et vous aurez ainsi la distance de l'épicycle à l'apogée de l'excentrique, d'abord au commencement de la rétro-gradation ; et ensuite au milieu, en ajoutant à cette distance, pour le commencement, le mouvement moyen qui répond au temps de la demi-rétrogradation. Ainsi, par les tables d'équations, vous prendrez l'arc que l'épicycle décrit par son mouvement vrai pendant cette demi-rétrogradation. Cet arc ôté de AGT, laisse l'arc cherché de rétrogradation dont le double est l'arc vrai parcouru par la Planète contre l'ordre des Signes pendant la rétrogradation entière.

7°. Ptolemée a mis les Stations en table. 1°. il a cherché la 1.re Station d'une Planète relativement à la distance moyenne dans l'excentrique, ensuite relativement à l'apogée et au périgée de ce cercle. Il prend pour premier nombre la différence entre le plus grand éloignement du centre de l'épicycle au centre du monde, et l'éloignement moyen, et pour second, la différence entre un tel éloignement pour le point pour lequel il se propose de déterminer la Station qui s'y fait, et l'éloignement moyen. Et de même pour 3.e nombre la différence entre deux stations dont l'une arrive dans l'apogée et l'autre dans la distance moyenne. Il multiplie le second par le troisième ; il divise le produit par le premier, et il soustrait le quotient de la station que donne la distance moyenne dans l'excentrique, ou le lui ajoute selon le cas. Il opère de même pour les positions de l'épicycle entre la distance moyenne dans l'excentrique et le périgée, pour avoir toutes les Stations en chaque point où est l'épicycle dans l'excentrique. Il suppose qu'autant l'épicycle en s'éloignant de la distance moyenne dans l'excentrique, s'approche ou s'éloigne du centre du monde, autant ces stations augmentent ou diminuent. Mais cette supposition n'est pas fondée ; car je prouverai par la figure ci-jointe, que les stations se trouvent toutes les mêmes, en toutes distances au centre du monde. A est l'apogée, et D le centre de l'épicycle ; F le centre du monde ; G le point de station, et BH parallèle au rayon ED. Les triangles semblables BLG, ETG donnent BG à GE : : GL à GT. Or GH = 2 GL ; donc le rapport de HG à GT est plus grand que celui de BG à GE, quand le centre de l'épicycle est à une distance DF du centre du monde, ou à la distance moyenne dans l'excentrique. Imaginons que l'épicycle partant de ce point, aille vers le périgée de



l'excentrique, jusqu'à ce que la distance de son centre au centre du monde soit comme la ligne DT. Alors par ce départ de dedans la distance moyenne de l'excentrique, le rapport de la moitié de HG à GT est plus grand que celui de $\frac{BG}{2}$ à GE, comme je l'ai prouvé.

De même, le rapport de la vitesse de l'épicycle à la vitesse de la Planète est plus grand pour la distance DT, que pour la distance DE, parceque le mouvement de longitude augmente avec la proximité du périgée. Donc en DT l'augmentation de la vitesse de l'épicycle sur celle de la Planète, étant égale à l'excédent du rapport de $\frac{HG}{2}$ à GT, sur celui de $\frac{BG}{2}$ à GE, HG sera à GT : : vitesse de l'épicycle ; vitesse de la Planète. C'est pourquoi G sera le point de station, quand l'épicycle sera à DT du centre du monde, comme il l'est quand l'épicycle est à une distance moyenne). Mais la supposition gratuite de Ptolemée entraine par l'erreur sensibles dans sa table qu'il a construite pour les cinq Planètes, comme je vais le dire pour Vénus et Mercure.

Fig. 12. Le lieu de Vénus étant donné dans le Zodiaque, chercher sa plus grande ll digression ou élongation du Soleil. Soit D le centre de l'écliptique ; G celui de l'excentrique ; B celui du mouvement moyen de l'épicycle Z, et Vénus en T dans sa plus grande digression au soir. Le lieu de l'apogée de l'excentrique de Vénus est connu : son lieu est donné ici ; donc on a l'angle ADT, et le rapport de l'excentricité GD à GK = LT. Or on connait aussi le ll rapports de GD et de ZT au rayon GZ de l'excentrique ; on aura donc aussi LT en parties de ce rayon, ainsi que le reste ZL. Les deux côtés ZL et ZG du triangle ZLG sont donc connus : L est droit ; ainsi on a l'angle ZGL. Or l'angle DGZ est composé de ZGL connu, de LGK droit, et de DGK connu par l'angle GDK ou ADT, et K droit. L'angle BGZ = 180^d − DGZ ; donc BM et MG seront mesurées en parties de BG qui est connue par son rapport au rayon GZ de l'excentrique. Ainsi MZ et BZ seront données : d'où on aura l'angle BZM qui avec BGZ fait ABZ distance du lieu vrai de Vénus, lequel est aussi celui du Soleil, à l'apogée de l'excentrique. Or on prend le lieu moyen du Soleil par le 3.e livre : son lieu vrai s'obtiendra aisément. Ainsi donc, ayant celui-ci et le lieu de Vénus, on connaîtra bientôt leur distance pour le soir. Quant à celle du matin ; par le lieu de l'apogée (fig. 13) et celui de la Planète pris pour latitude, on aura GK = LT ; d'où LZ est connue en parties du rayon GZ de l'excentrique, ainsi que l'angle ZGL qui ôté du droit LGK, laisse connu ZGK. Enfin ZGK + DGK fait ZGD qu'il

rotée de 180.°, donne BGZ et le côté BZ en parties du rayon de l'excentrique GZ, d'où l'on tire GBZ.

Fig. 16. Pour Mercure; A est l'apogée de l'excentrique; G le centre du monde; B celui du mouvement moyen; T celui du petit cercle que le centre de l'excentrique décrit.

L'angle ABE de moyen mouvement en longitude étant connu, on aura l'angle BEG d'anomalie et l'angle BGE, et la droite EG par rapport au rayon de l'excentrique, ainsi que le rayon de l'épicycle; d'où l'angle FGH et tout l'angle AGH. Ainsi le lieu moyen de la Planète étant supposé, on parviendra à avoir son lieu vrai. Or le lieu moyen du Soleil étant donné, nous aurons bientôt son lieu vrai: donc en le supposant pour Mercure, puisqu'il est commun à l'un et à l'autre, nous aurons bientôt la plus grande digression ou distance de Mercure, le matin ou le soir.

Je suppose donc le lieu moyen du Soleil ou de Mercure, tel que le vrai lieu de Mercure au moins tombe au commencement du Bélier ou tout près. S'il tombe en ce point, je serai sûr qu'alors il est à sa plus grande distance ou digression du Soleil. Mais s'il n'y tombe pas, mais en-deçà, je choisirai un autre lieu moyen tel que le mouvement vrai de Mercure dans sa plus grande distance, tombe nécessairement au-delà du Bélier. J'aurai alors deux digressions les plus grandes de Mercure, l'une où il est, et l'autre au-delà. Je prends sur leur différence une partie qui soit à la différence entière comme la distance du premier lieu vrai est à tout l'intervalle des deux lieux vrais. J'ajoute cette partie proportionelle au premier lieu vrai si l'autre est plus petite, ou je l'en retrancherai si elle est plus grande, et j'aurai ainsi la plus grande digression ou distance de Mercure au lieu vrai du Soleil, lorsque Mercure est au commencement du Bélier.

Analyse du Livre XIII. de l'Almageste.

1°. Ptolemée, fondé sur de fréquentes observations, a cru que Saturne et Jupiter étaient dans leurs plus grandes latitudes au commencement des Serres, et Mars à la fin du Cancer, peut-être dans l'apogée de son excentrique. Je parle ici des latitudes boréales, les australes ayant toujours lieu dans les points diamétralement opposés. Il a donc observé les Planètes chacune à la limite de sa plus grande latitude, tantôt dans l'apogée vrai de l'épicycle, ou tout auprès à cause des rayons solaires qui absorbent l'astre dans l'apogée, tantôt dans le périgée où il a remarqué que les Planètes s'écartaient plus de l'écliptique que dans l'apogée, tant dans leur latitude boréale que dans l'australe. Chacune de celles-ci dans l'apogée et le périgée vrai de l'épicycle, lui parut boréale dans la moitié boréale de l'excentrique, et australe dans l'australe.

2°. Il conclut que tout le diamètre de l'épicycle s'écarte de l'écliptique vers l'Ourse, ou tout vers le midi : ce qui ne peut se faire, à moins que le centre de l'épicycle et la partie du plan de l'excentrique dans laquelle il est, ne décline vers ces points ; d'où il est clair que le plan de l'excentrique est incliné sur celui de l'écliptique. Il appelle nœuds comme pour la Lune, les points d'intersections des circonférences de ces plans. Ptolemée jugea que le plan même de l'épicycle était incliné sur celui de l'excentrique ; sans cela on ne verrait pas la Planète avoir diverses latitudes relativement à l'apogée et au périgée de l'épicycle. Quand Ptolemée voyait le centre de l'épicycle dans l'un des nœuds à 90°. de la limite boréale, et la Planète, à 90°. de l'apogée vrai de l'épicycle, il ne voyait pas de latitude à cet astre. Il observait la même chose lorsque la Planète était alors en d'autres points de l'épicycle, mais toujours dans le nœud : il en inférait que le plan de l'épicycle ne passe pas tout entier par celui de l'écliptique. Ainsi les trois Planètes supérieures ont les plans de leurs excentriques fixement inclinés sur celui de l'écliptique, et ceux de leurs épicycles sur ceux de leurs excentriques, mais non fixement ; de sorte que la plus petite distance de l'épicycle

en longitude, s'écarte de l'excentrique vers le point où tend le point de l'excentrique dans lequel l'épicycle même est placé. Mais le diamètre de l'épicycle passant par les longitudes moyennes, qui est censé dans le plan de l'écliptique quand l'épicycle est dans l'un des nœuds, est nécessairement parallèle à l'écliptique, quand il est hors des nœuds.

3°. Pour déterminer les grandeurs des inclinaisons en chaque Planète, Ptolemée a trouvé, à force d'observer Vénus et Mercure, que le centre de leur épicycle, étant dans l'apogée de l'excentrique, chacune de ces deux Planètes, dans l'apogée de son épicycle, avait la même latitude que quand elle était dans le périgée de l'épicycle, de même que le centre de l'épicycle étant dans le périgée de l'excentrique. Mais dans ces deux situations de l'écliptique, la latitude de Vénus était toujours boréale, et celle de Mercure australe; d'où l'on voyait que tout le diamètre de l'épicycle passait par son apogée et son périgée, et que le centre de l'épicycle de Vénus tendait vers le nord, et celui de Mercure vers le sud: ce qui ne ferait pas, si la partie de l'excentrique dans laquelle est alors l'épicycle, ne déclinait pas vers ces points.

Il considère ensuite d'autres situations de ces Planètes dans l'épicycle, celui-ci étant toujours dans l'apogée de l'excentrique; mais surtout les plus grandes digressions en longitude, tant du matin que du soir. Il trouva pour Vénus dans l'apogée de son excentrique, sa digression du soir plus vers le nord que celle du matin; et au contraire dans le périgée de l'excentrique. Mais pour Mercure dans l'apogée de son excentrique, sa digression du soir était plus vers le sud que celle du matin, et au contraire dans le périgée de son excentrique. Ensuite, quand le centre de l'épicycle était dans l'un des nœuds, il vit que la Planète à 90°. de part et d'autre de l'apogée de l'épicycle, ne s'écartait pas de l'écliptique, mais qu'elle s'en écartait quand elle était dans l'apogée ou le périgée, et d'une quantité différente. Car la moindre distance ou plus petite digression de Vénus dans la partie gauche de l'excentrique dans laquelle son mouvement en longitude est diminué, était plus vers le midi que sa plus grande digression; mais au contraire dans l'autre nœud, où la digression était plus vers le nord. Il a trouvé tout le contraire dans Mercure; car dans le nœud de la moitié gauche de son excentrique, la moindre digression de l'épicycle était plus vers le nord que la plus grande digression en longitude; et au contraire dans l'autre nœud. Par conséquent les excentriques de ces deux Planètes éprouvent un écart ou déclinaison variable relativement à l'écliptique et dont les variations dépendent de la révolution de l'épicycle; car celui-ci étant dans l'apogée ou le périgée de l'excentrique, la déclinaison est la plus grande, mais elle diminue à mesure qu'il

fig 1. Regiomontan

p. 41

A
B
D
E
C
F

FB = AC

b

po
pe
de.
à c
no
Soi
Cel
-u
ma
de
c
exp
inc
car
cel
est
l'ex
com
no
dou
nom
l'ex
de
un

s'éloignent de cette position, jusqu'à devenir nulle quand tout le plan de l'excentrique est dans le plan de l'écliptique, et à mesure qu'il s'en retire, la déclinaison recommence et augmente, vers le nord pour Vénus, vers le sud pour Mercure. L'épicycle dans les nœuds, a son diamètre apogée et périgée non dans le plan du déférent, mais incliné sur lui. Mais dans l'apogée et le périgée de l'excentrique, tout ce diamètre est dans le plan de cet excentrique. Le diamètre perpendiculaire à ce diamètre de l'épicycle ainsi couché dans ce plan, n'est pas dans ce plan; mais dans les nœuds il est non-seulement dans le plan de l'excentrique, mais encore dans celui de l'écliptique.

3°. Vénus dans l'apogée ou le périgée de son épicycle se trouve avoir une latitude de 10', soit que son épicycle soit dans l'apogée de l'excentrique ou dans son périgée, et Mercure 45'. Telles sont donc les déclinaisons de leurs excentriques sur le plan de l'écliptique, non précisément dans ces points apogée et périgée, à cause des rayons du Soleil qui les font disparaître, mais tout auprès. On a trouvé aussi que dans ces points, les déclinaisons de l'excentrique étaient de 5d. sans variation sensible pour Vénus dans son apogée ou dans son périgée, mais pour Mercure avec une addition de 30' dans le périgée, ensorte que la déclinaison moyenne entre les extrêmes, est de 5d pour Mercure comme pour Vénus. Par où l'on voit que la plus grande inclinaison d'une moitié de l'épicycle sur le plan de l'excentrique, est de $2\frac{1}{2}$ degrés, moitié de 5d.; car l'épicycle de Vénus étant dans l'un des nœuds, et Vénus dans l'apogée de cet épicycle, cette Planète paraît avoir une latitude de 1d. de chaque côté de l'écliptique, mais de $6\frac{1}{3}$d. quand elle est dans le périgée de cet épicycle. En effet, une droite menée du centre du monde par le centre de l'épicycle en cette position, coupant la convexité supérieure de l'épicycle en deux points d'où l'on compterait $2\frac{1}{2}$d de part et d'autre; deux lignes menées des extrémités de ces arcs au centre du monde, y feront un angle d'un des 360 degrés de quatre angles droits; deux autres lignes menées des extrémités des arcs d'autant de degrés pris sur la convexité inférieure jusqu'au centre du monde, y formeront un angle de 6d. 20' environ. Mais la latitude de Mercure dans l'apogée de l'excentrique est de 1d. 45', et dans le périgée, de 4d. environ, desorte que l'inclinaison du plan de l'épicycle sur celui de l'excentrique, doit être de $6\frac{1}{4}$d.

F. 1. R. Pour déterminer géométriquement les valeurs de ces angles d'inclinaison, supposons un plan perpendiculaire sur celui de l'écliptique et passant par les nœuds de manière qu'il coupe la sphère de l'épicycle. Soit HKE cette section circulaire autour du centre D; AB le diamètre apogée et périgée de l'excentrique, contenant le centre G du monde, d'où soit menée la droite

GD qui ne coupe l'écliptique nulle part, et la droite GH continuée jusqu'à la circonférence concave. Sur GH soit abaissée la perpendiculaire DZ; supposons la Planète tantôt en E apogée de l'épicycle, tantôt en H son périgée. L'angle de latitude DGH étant donné par l'observation, le rapport de GD à DZ est connu. Mais le rayon DH de l'épicycle a un rapport connu à GD distance de l'épicycle au centre du monde; donc on aura le rapport de DH à DZ: ce qui donne l'angle DHZ et l'angle cherché d'inclinaison GDH = DGH − DHZ. Les grandeurs des inclinaisons de Mars dans ses plus grandes latitudes, se trouvent autrement. Vénus et Mercure ont de commun que, quoiqu'en différentes latitudes, l'une se trouvant ordinairement la plus grande et l'autre nulle, on peut toujours voir chacune à part, et reconnaître sa quantité; mais il n'en est pas de même pour Mars, Jupiter et Saturne: leur plus grande latitude dépend en partie de l'épicycle, et en partie de l'excentrique. On ne peut donc pas connaître l'une sans l'autre. Mars, dans le périgée de son épicycle, celui-ci étant dans l'apogée de l'excentrique, s'écarte de l'écliptique de 4.d ½., et dans le périgée de l'excentrique, de 7.d AB (fig. 1) est une section commune au plan perpendiculaire sur l'écliptique et à l'écliptique, et GD une autre section commune à l'excentrique et à l'écliptique; ainsi AB est dans l'écliptique, et GD dans l'excentrique. G et D sont les centres d'épicycles dont les diamètres sont inclinés sur celui de l'excentrique; la Planète est dans le périgée de l'épicycle, et l'épicycle dans l'apogée de l'excentrique, où elle a une latitude mesurée par l'angle AEK, et dans le périgée de l'excentrique, mesurée par l'angle BES. Ces deux angles sont donnés; mais on ne connaît pas les angles GEK, DES d'inclinaison des droites menées des extrémités × des diamètres de l'épicycle au centre du monde, sur le diamètre de l'excentrique. On connaît seulement leur différence qui est la même que celle des angles AEK, BES donnés. Imaginons une droite qui passe par le centre du monde et celui de l'épicycle censé dans ces deux positions, et marquons les points où elle coupe sa convexité. Tous les arcs égaux compris entre ces points et leurs extrémités d'où partent des lignes qui aboutissent au centre du monde, donnent des angles égaux formés par ces lignes et celle qui passe par les centres du monde et de l'épicycle, dans l'une et l'autre position de l'épicycle en G ou en D.

Si, d'après ce qui est dit dans le livre XI sur l'anomalie des angles qui dépendent de l'épicycle, nous comptons un arc depuis le périgée, on aura l'angle au centre du monde, par lequel angle cet arc est mesuré, dans le périgée aussi aisément que dans l'apogée. Prenons donc ces angles égaux

sur la circonférence de l'épicycle supposé dans l'apogée et dans le périgée de l'excentrique. Mais éprouvons-les du côté du périgée de l'épicycle par ceux du cercle des mouvemens moyens dont les angles ont leurs sommets au centre même du monde. Si nous comparons les uns aux autres, nous trouverons presque le même rapport qu'entre nos angles de latitude. Ce rapport va nous servir: car soit l'un de ces angles p et l'autre q, et $p > q$, et $p - q = r$; puisque $p : q :: DES : GEK$, on aura $r : q :: DES - GEK : GEK$. Mais on connaît les angles r et q, et DES − GEK; donc on connoîtra GEK et son arc TK. Ajoutez à cet angle la différence DES − GEK, et vous aurez $DES = GEK$. Donc dans le triangle GEK dont on connaît les côtés GE et GK et l'angle GEK, on aura l'angle EGK qui est celui de l'inclinaison de l'épicycle sur le plan de l'excentrique. Ptolemée a trouvé cet angle de $2\frac{1}{4}^{d}$ et l'angle AEG de l'inclinaison de l'excentrique sur l'écliptique, d'un degré seulement.

Quoique Saturne et Jupiter aient comme Mars des accidens pareils dans leurs mouvemens, ils en diffèrent en ce que les latitudes de Mars qui se font dans l'apogée de l'excentrique et dans son périgée, ont des différences sensibles entr'elles, tandis que les latitudes de Saturne et de Jupiter dans les périgées de leurs épicycles, ne paraissent pas différentes de ce qu'elles sont dans les limites des apogées. Ainsi dans la même figure, ne considérez que l'épicycle qui est en G dans l'apogée de l'excentrique. On a trouvé la latitude de Saturne, dans l'apogée de son épicycle, celui-ci étant dans la limite boréale, de 2 degrés environ, par des conjectures fondées sur ses mouvemens dans ses apparitions et ses disparitions, et dans le périgée de l'épicycle, de 3 degrés, et celle de Jupiter de 1^{d} dans l'apogée de son épicycle, et de 2^{d} dans son périgée.

En attendant ces démonstrations géométriques, nous avons sur cette figure, l'angle HEK connu, puisqu'il est la différence des deux latitudes. Prenons deux arcs égaux quelconques, mais approchant autant qu'il est possible de le voir, des arcs HZ et KT, ce que nous ferons au moyen de la table des anomalies, en ajoutant ensemble les deux angles anomalistiques qui répondent aux arcs égaux pris dans l'apogée et le périgée de l'épicycle, jusqu'à ce que nous voyions que leur somme est égale à l'angle HEK connu, et que nous sachions par ce qui est dit à la fin du XIe livre, la grandeur des angles qui les mesurent au centre du monde. Car le rapport de ces angles sera à peu près comme celui de l'angle HEG à l'angle GEK. Nous ferons p le plus grand, q le plus petit, et $p : q :: GEK : HEG$. Donc $p + q : q :: GEK + HEG : HEG$ que nous ~~aussi~~ connaissons ainsi. Ajouté à

XIII

140a. p. 11,

p. 1.

H P G K X O E

l'angle AEH de la plus petite latitude, il fait connaître l'angle AEG qui est celui de l'inclinaison de l'excentrique sur l'écliptique. Enfin le rapport de la droite EG rayon de l'excentrique au rayon de l'épicycle GH, est connu, à cause de la position connue de l'épicycle; et l'on connaît l'angle HEG; donc on connaîtra EGH par la trigonométrie rectiligne. Or $180^d - EGH = HGZ$ qui est ainsi connu et égal à EGK angle d'inclinaison de l'épicycle sur le plan de l'excentrique. Vous pouvez pour plus de précision, et cela soit dit aussi pour ce que nous venons de faire précédemment pour avoir l'arc TK, prendre actuellement l'arc ZH connu par son ZGH, au lieu de celui que nous avions pris approximativement, et avec cet arc, chercher de nouveau les mêmes quantités que nous venons de trouver, mais qui seront déterminées plus exactement. Ptolémée a trouvé pour Saturne le rapport de 18 à 23, qui est celui des arcs ZH à TG, et pour Jupiter, celui de 29 à 43. Il en conclut que l'angle d'inclinaison de l'excentrique sur l'écliptique est de 2^d.26' pour Saturne, et de 1^d.24' pour Jupiter, ou en nombres plus ronds, 2^d.30' et 1^d.30'; et pour les inclinaisons de leurs épicycles sur l'excentrique, $4^d\frac{1}{2}$ et $2\frac{1}{2}^d$.

Pour démontrer géométriquement (fig. 1) que par le moyen du rayon GK de l'épicycle connu en parties du rayon GE de l'excentrique, et par l'angle HEK connu on peut obtenir chacun des angles HEG et GEK, et par là les angles cherchés des inclinaisons; dans la figure précédente, je circonscris au triangle HEK, un cercle dont le centre est O. Le rapport de la corde HK au rayon du cercle est connu; le carré de GK moitié de HK $-\overline{OK}^2 = \overline{GO}^2$; on a donc GO et son rapport à OK et à GK: donc on a celui de GE à OK. Or $GE \times LG = HG \times GK, = \overline{GK}^2$. Donc $LG = \frac{\overline{GK}^2}{GE}$, et $LE = GE + LG$. $LR = \frac{GE+LG}{2}$, $LR - LG = GR$. Le triangle OGR rectangle en R a deux côtés GO et RG connus; donc on connaîtra l'angle aigu GOR et l'arc PX qui ôté de la moitié de l'arc EXL, connu par sa corde EX, laisse l'arc LP connu. Celui-ci retranché de l'arc HP, laisse l'arc HL et par conséquent l'angle inscrit HEL. Les arcs LP et PK connus étant ôtés de LE, reste l'arc KE qui fait connaître l'angle EHK. Or les deux angles connus HEL et EHK sont égaux à l'angle extérieur EGK qui est l'angle cherché d'inclinaison de l'épicycle. Et l'angle HEL connu avec la moindre latitude de l'astre, donne l'inclinaison de l'excentrique sur l'écliptique.

4°. Ptolémée (fig. 2) a dressé une table des latitudes de chaque Planète avec l'aide d'une figure 2, où DE est la commune section de l'épicycle ETD et d'un plan coupant perpendiculaire à l'écliptique et passant par le centre B de l'épicycle. AB est la commune section de ce plan coupant et

et de l'écliptique. DE est coupée perpendiculairement au ~~plan coupant~~ par un autre diamètre ZH, et le plan de l'épicycle est perpendiculaire au plan coupant. C'est pourquoi les droites tracées dans le plan de l'épicycle et perpendiculaires sur DE sont parallèles à l'écliptique, excepté HZ qui est dans le plan de l'écliptique. L'épicycle ETD est dans un nœud dans une quadrature ou espace moyen de l'excentrique. La Planète à une distance connue de l'apogée, ~~de l'apogée~~ de l'épicycle ou du périgée, est en T. La perpendiculaire TM est abaissée sur le plan de l'écliptique, et de T et de M sont menées TA et MA au centre du monde. Nous cherchons la valeur de l'angle TAM par l'angle ABE, le rapport de AB à BE, et la distance du point T à l'un des points D et E, toutes choses connues. Menons de T la perpendiculaire TK sur DE, et la perpendiculaire LK au plan de l'écliptique; prolongeons TB, et joignons LM. Alors le quadrilatère TKLM est un carré. L'angle EBT étant supposé connu, et l'angle K droit, chacune des droites TK et KB sera connue par son rapport avec le rayon BT de l'épicycle; ce qui donnera LM. L'angle KBL du triangle KBL est connu par la latitude connue (fig. 1), et l'angle L est droit: donc KL est connue par rapport à KB, ainsi que son égale TM. Et la ligne LB sera aussi connue; donc toutes les lignes sont connues en parties de BT et par là en parties de AB. De celle-ci retranchant BL, restera AL connue, dont le carré avec celui de LM, donnera AM et l'angle LAM d'anomalie en longitude. Et par $\overline{AM}^2$ et $\overline{TM}^2$ on aura AT avec TAM, angle cherché de latitude, ou distance angulaire de la Planète à l'écliptique. Ptolemée l'a trouvée de 1d. 48' pour Vénus, et de 2d. 16' pour Mercure.

Fig. 3. L'inclinaison de l'épicycle ne cause aucune erreur sensible sur le mouvement en longitude. Nous avons supposé au commencement du neuvième livre, que le plan de l'excentrique ne s'écartait pas de celui de l'écliptique, et que celui de l'épicycle était dans celui de l'excentrique. Mais l'inclinaison réelle de ces plans n'a presque aucun effet; car soit (fig. 3) l'épicycle B dans le plan de l'écliptique, et la Planète en T, à une distance connue de E, par laquelle on connaît l'angle TBK. K est droit; donc on a KT et KB par leur rapport à BT et à AB: ce qui fait connaître AK dont le carré avec celui de TK donne AT. C'est pourquoi on aura l'angle BAT d'anomalie non vrai, mais qu'il faut comparer à l'angle d'anomalie BAM, connu par l'opération précédente. Ptolemée a trouvé que la plus grande différence de ces deux angles était de 2' pour Vénus, et de 3' pour Mercure; ce qui n'est presque rien.

Fig. 4. Les inclinaisons des épicycles des trois Planètes supérieures étant mêlées de

celles de leurs excentriques, soit dans la figure 4 AB la section commune de l'écliptique et d'un plan coupant l'épicycle et perpendiculaire sur l'écliptique; DGE sa différente section avec l'épicycle. A est le centre de l'écliptique; G celui de l'excentrique de révolution autour duquel est tracé l'épicycle, et le reste comme dans la figure 2. L'arc ET est donné de distance de la Planète au périgée de l'épicycle; et des deux points T et K, j'abaisse les perpendiculaires TL et KB sur le plan de l'écliptique, et menant AT et AL, je veux par les angles d'inclinaison de l'excentrique et de l'épicycle, et par le rapport de AG à GE, d'après la position de la Planète dans l'épicycle, connaître l'angle BAL d'anomalie dans le mouvement en longitude, et l'angle TAL de latitude. Abaissant la perpendiculaire KM, et menant les lignes GT et AK, je connais l'angle TGK dans le triangle GKT rectangle en K, et les côtés TK et KG par leurs rapports avec le rayon GT de l'épicycle. Mais l'angle KGM d'inclinaison de l'épicycle est connu, et l'angle M est droit; donc KM et MG sont connues par rapport à KG, et par conséquent à GT. La position de l'épicycle étant supposée connue, le rapport de AG à GT sera connu, et ainsi celui de toutes les autres à AG. Otant MG de AG, reste AM connue, dont le carré avec celui de KM donne AK, et l'angle MAK. Or on avait l'angle GAB d'inclinaison de l'excentrique; donc on a l'angle KAB, l'angle B droit, et les rapports de KB et de AB a AK. On connaît BL = KT; donc $\sqrt{(\overline{AB}^2 + \overline{BL}^2)} = AL$. Ainsi on a BAL angle d'anomalie de la longitude. De même par AL et TL = KB, et l'angle droit L on a AT, et l'angle TAL cherché de latitude. En comparant BAL d'anomalie vraie à l'angle d'anomalie que nous avons eue ci-devant en supposant le plan de l'épicycle dans celui de l'écliptique, Ptolemée n'y a presque pas trouvé de différence.

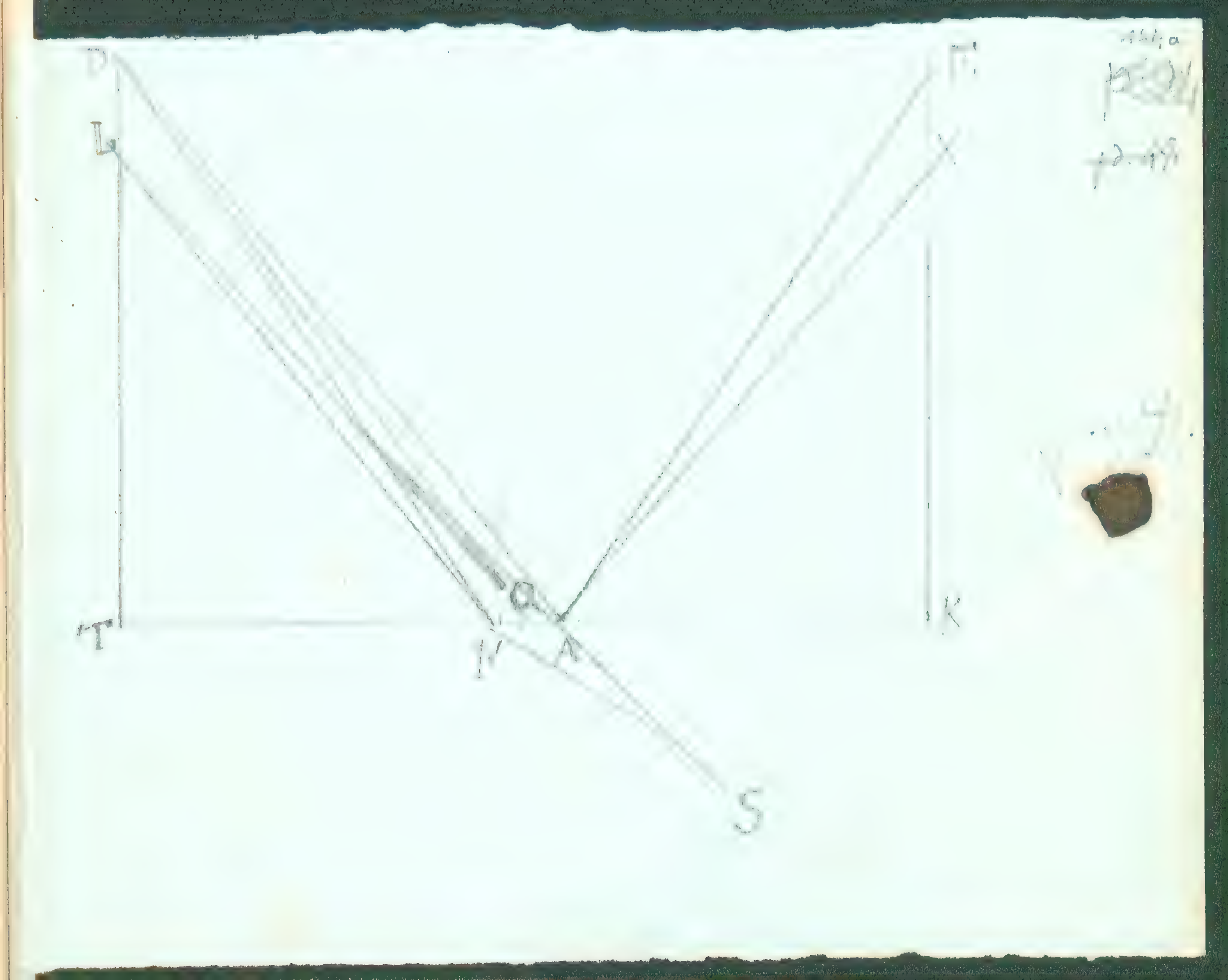
Fig 5. La plus grande latitude que Régiomontan appelle de Réflexion à cause de l'inclinaison sur l'écliptique, et qui est proprement l'anomalie en latitude, se fait ici point de contact. Car B le centre de l'épicycle étant supposé dans le plan de l'écliptique dont A est le centre, DM, EN, ZX sont perpendiculaires au plan de l'écliptique; DT, EK, ZL à la droite AB, sur lesquelles tombent TM, KN, LX faisant trois triangles rectangles et semblables; et on tire AN et AXM, trois points en ligne droite comme étant dans la commune section du plan coupant perpendiculairement l'écliptique et passant par AD. On a ici EK:EN::DT:DM::ZL:ZX. et EK:EA > DT:DA, > ZL :ZA; donc $\frac{EK}{EK} : \frac{EA}{EN} > \frac{DT}{DT} : \frac{DA}{DM} > \frac{ZL}{ZL} : \frac{ZA}{ZX}$ et EN:EA > DM:DA > ZX:ZA. Les angles ANE, AMD, AXZ, sont droits: c'est pourquoi EAN > DAM et > ZAX. Or EAN est formé par la tangente

EA à l'épicycle, et par la droite menée du centre de l'écliptique; par conséquent le plus grand angle de cette latitude est au point de contact.

Fig. 6. On trouve l'inclinaison de l'épicycle DEG sur le plan de l'excentrique, quand l'épicycle est dans l'apogée ou le périgée de l'excentrique. DH est perpendiculaire au plan de l'excentrique, et HZ à la droite GA de l'écliptique. L'angle DAH est la plus grande latitude; car AD est tangente à l'épicycle. Nous cherchons l'angle DZH de l'inclinaison en question: or on connaît l'angle DAH, et le rapport de AB à BD, et celui de AD à l'une et à l'autre, à cause de l'angle droit ADB. Mais celui AB à AD est comme celui de BD à DZ, à cause de la similitude de ces triangles; donc ces trois premières lignes étant connues, on aura DZ la quatrième, par rapport aux autres. On a aussi celui de DH à DA par l'angle connu DAH, et l'angle droit D, d'où on tirera celui de DH à DZ. L'angle DHZ étant droit, l'angle cherché DZH sera connu. Ptolemée l'a trouvé pour l'inclinaison de l'épicycle de Vénus, de $3^d\frac{1}{2}$ des 360^d. de quatre angles droits, et pour Mercure, de 7^d.

Fig. 7. Le plus grand angle d'anomalie vraie est auprès du point de contact. L'angle estimé d'anomalie en longitude, est celui qui aurait lieu si le plan de l'épicycle était dans le plan de l'écliptique, comme il est supposé à la fin du Livre XI. Pour le vrai, imaginez deux plans perpendiculaires à l'écliptique, dans l'un desquels soit le centre de l'épicycle, et dont l'autre passe par un point quelconque de la circonférence de l'épicycle. Car l'angle formé par les deux sections communes de ces plans avec l'écliptique, est l'angle vrai d'anomalie en longitude, parce qu'il est entre les deux vrais points de l'épicycle et de la Planète dans l'écliptique. Mais ici pour plus de facilité, nous considérerons cet angle dans le plan de l'excentrique. Car l'inclinaison de l'excentrique sur l'écliptique est trop peu considérable pour qu'il en résulte quelque différence sensible dans ce qui nous occupe actuellement. On a vu que le rapport de EN à EA est plus grand que celui de DM à DA; donc $EA : EN < DA : DM$, et $\overline{EA}^2 : \overline{EN}^2 < \overline{DA}^2 : \overline{DM}^2$. Mais à cause de l'angle droit N, $\overline{EA}^2 = \overline{EN}^2 + \overline{NA}^2$, et $\overline{DA}^2 = \overline{DM}^2 + \overline{MA}^2$; donc $\overline{EN}^2 + \overline{NA}^2 : \overline{EN}^2 < \overline{DM}^2 + \overline{MA}^2 : \overline{DM}^2$; et en retranchant les conséquences, $\overline{NA}^2 : \overline{EN}^2 < \overline{MA}^2 : \overline{DM}^2$, et $NA : NE < MA : DM$. Or $EN : NK :: DM : MT$; donc $NA : NK < MA : MT$, et $KN : NA > TM : MA$. Ainsi l'angle d'anomalie NAK est plus grand que celui d'anomalie aussi MAT, mais qui est plus éloigné du point de contact E.

Fig. 9. R. La plus grande différence entre l'angle estimé et l'angle vrai d'anomalie est aussi auprès du point de contact. Je dis auprès; car ce n'est pas toujours en ce point même que se trouve la plus


D
L
T
N
a
A
S
K
F

grande différence, si ce n'est dans Mercure; mais dans Vénus, c'est le plus souvent ailleurs. B est toujours le centre de l'épicycle, et A celui de l'écliptique. DM et E sont deux perpendiculaires au plan de l'excentrique; DT et EK au diamètre de l'épicycle. Les triangles EKN, DTM sont rectangles en N et M. Prenez sur KN une partie KX = KN, et sur DT, TL = TM. EAX = EAK − NAK; car XAK = NAK à cause de KX = NK et de KA commun, et de K droit. De même DAL = DAT − MAT. EK est coupée en R par AD; une parallèle à AR, menée du point E, coupe KA en P; car les angles en K et en E sont plus petits que deux droits. Or EP > EA comme opposé à l'angle A > l'angle P. Donc KE : EA > KE : EP. Mais KE : EP :: KR : RA :: DT : DA. Donc KE : EA > DT : DA, vérité supposée ci-dessus et prouvée ici. D'ailleurs EK : KX :: DT : TL; donc EK : EK − KX :: DT − TL, et EK : EX :: DT : DL. Le rapport de KE ou EK à EA est composé de EK à EX, et de EX à EA. De même celui de DT à DA est composé de DT à DL et de DL à DA; donc de EK : EA > DT : DA retranchant les quantités égales ou la proportion EK : EX :: DT : DL, restera EX : EA > DL : DA. Donc l'angle EAX est plus grand que l'angle DAL. Or l'angle EAX est la différence entre les angles EAK, NAK; et DAL est celle des angles DAT, MAT d'anomalies estimées et vraies; donc les plus grandes différences dans ces anomalies, sont auprès du point de contact de l'épicycle avec la droite menée du centre de l'écliptique.

Dans Mercure (fig. 9 R) l'angle EAK est plus petit que la moitié d'un droit; car son plus grand angle d'anomalie qui dépend de l'épicycle, n'est que de 24°; donc DAT < EAK est encore plus petit que 45°; donc AEK > ADT. Ainsi DTF = AEK, et les triangles AEK, FDT sont semblables : d'où AE : EK :: FD : DT. Mais EK : EX :: DT : DL; donc AE : EX :: FD : DL. Or l'angle FDL = AEX; donc les triangles AEX, FDL sont semblables, et l'angle AXE = DLF. De même EAX = DFL. Mais AXE = 90° + KAX qui est moindre que $\frac{90^\circ}{2}$. DAT est moindre que $\frac{90^\circ}{2}$; donc DLF + DAT sont moindres que 180°; et la circonférence du cercle circonscrit au triangle DLF coupera la ligne LA; car elle ne peut pas passer en A. Si elle y passait, les deux angles opposés DLF, DAF du quadrilatère DLAF qui seraient alors inscrits, vaudraient 180°; car dans tout ce quadrilatère, les deux angles opposés sont toujours égaux à 180°, par la 22e du IIIe Livre d'Euclide. Donc le cercle circonscrit ne peut passer en A. S'il passait au delà, ces deux angles y seraient plus grands que 180°; mais il faut qu'ils soient < 180°. Donc il ne passe pas au delà de A. Supposons qu'il passe en Q : les deux angles DFL et DQL étant inscrits et appuyés sur le même arc DL, seront égaux.

Mais DQL > DAQ ; donc DFL > DAL ; or DFL = EAX ; donc EAX > DAL. Ainsi la plus grande des différences de ces angles est au point de contact.

(Dans Vénus, le centre de l'épicycle étant dans l'apogée de l'épicycle, cette différence est au-delà de ce point, le plus souvent ; car l'angle KAX < $\frac{90^d}{2}$, puisqu'il est 4^d. 48' ; c'est pourquoi cette différence arrive au point de contact. Mais KAE étant > $\frac{90^d}{2}$ dans plusieurs positions de l'épicycle, il peut y avoir un point sur sa circonférence dans lequel la différence de ces angles soit > que dans celui de contact. Soient DAT = $\frac{90^d}{2}$, KAE > $\frac{90^d}{2}$, et KAX > $\frac{90^d}{2}$; DLF = AXE ; mais AXE > 90^d + $\frac{90^d}{2}$; car AXE = AKX qui est = 90^d + KAX qui est > $\frac{90^d}{2}$; donc DLF + DAF > 180^d. Ainsi la circonférence circonscrite ne coupera pas LA en-deçà ; car DLF + DAF y devenant inscrits, seraient < 180^d ; ni en A ; car ils seraient = 180^d ; mais au-delà comme en S, ce qui sera DLF + DAF > 180^d, parceque DAF y sera un angle excentrique.

A présent, examinons quelle est la plus grande différence des angles de longitude, provenant de l'inclinaison de l'épicycle ; et nous la trouverons insensible. (fig. 7) BAD est l'angle d'anomalie ; or BA : AD : : BD : ZD ; donc par les trois termes qui sont connus, on aura ZD le quatrième ; et par l'angle DAH de la plus grande latitude et H droit, on aura DH et HA, et ZH = $\sqrt{(\overline{DZ}^2+\overline{DH}^2)}$, et ZA = $\sqrt{(\overline{ZH}^2+\overline{HA}^2)}$; donc on connaît l'angle ZAH qui comparé à l'angle BAD que l'on connaît d'avant, on y trouvera suivant Ptolemée, une différence de 1' pour Vénus, et de 6' pour Mercure.

En cherchant l'angle d'inclinaison d'où nous est venue la latitude de réflexion, nous avons supposé l'épicycle dans la longitude moyenne de l'excentrique. Maintenant avec le même angle, nous supposerons l'épicycle d'abord dans l'apogée de l'excentrique, et ensuite dans le périgée. Nous chercherons la plus grande réflexion qui peut résulter de cette inclinaison de l'épicycle, et nous trouverons ces latitudes de réflexion à très-peu près égales à celles que l'observation donne. (fig. 6) AD nous sera connue par l'angle droit D, et par AB et BD données, soit que l'épicycle soit dans l'apogée ou dans le périgée de l'excentrique. AB sera connue par son rapport à BD, rayon de l'excentrique. Or AB : AD : : BD : DZ qu'on aura ainsi. L'angle DZH est connu par ce qui est dit plus haut sur la plus grande latitude de réflexion au point de contact. DHZ étant droit, on connaît DH relativement à DZ, et aussi DA. Mais ~~aussi~~ AHD est droit ; donc DAH qui est l'angle cherché de réflexion, sera connu. Ptolemée l'a trouvé par ce calcul, de 2^d. 27' à l'apogée, et de

2.° 34' au périgée. Ainsi donc l'angle de réflexion est moindre de 3' dans l'apogée de l'excentrique, que celui que nous avons trouvé pour la longitude moyenne, et plus grand de 4' dans le périgée. Mais ces quantités sont trop peu de chose pour apporter des changemens notables dans le moyen mouvement de Vénus. Mercure a, selon Ptolemée, un angle de réflexion de 2.° 17' dans l'apogée de son excentrique, et de 2.° 46' dans le périgée: ainsi le premier est moindre de 16', et le second plus grand de 13' que nous n'avons mis dans la longitude moyenne; la diminution est donc de près de $\frac{1}{4}$ de degré, de même que l'augmentation. La théorie est donc ici encore d'accord avec les observations, et par conséquent l'expérience et le calcul se confirment mutuellement.

Le plus grand angle d'anomalie en longitude EAK est au plus grand EAN en latitude à peu près comme tout autre angle de longitude DAT est à l'angle DAM de latitude qui lui répond. (fig. 5) Car soient circonscrits deux cercles aux triangles EAK, EAN, ils seront égaux, puisque leur diamètre EA sera le même, l'angle K et l'angle N étant droits. Circonscrivons aussi deux cercles aux triangles DAT, DAM; ils seront égaux pour les mêmes raisons. Or KE : EN :: TD : DM, et KE : EN :: arc KE : arc EN à peu près, à cause de leur petitesse. Donc arc KE : arc EN :: arc TD : arc DM. Mais ces arcs sont entr'eux comme leurs angles en A; et les cercles dont ces angles sont des portions, étant égaux, on a les angles EAK : EAN :: DAT : DAM à très peu de près. Ainsi connaissant deux angles EAK, EAN, tous les angles d'anomalie en longitude feront connaître toutes les latitudes de réflexions, c'est-à-dire, tous les angles d'anomalie en latitude. P. La distance d'une Planète à l'apogée de son épicycle étant donnée, trouver son angle de réflexion ou d'anomalie en latitude.

La Planète (fig. 5) est en D sur son épicycle à une distance connue de l'apogée G; DT et DM sont des perpendiculaires au diamètre de l'épicycle et au plan de l'excentrique. Par l'angle GBD connu et le droit T, on a DT relativement au rayon BD de l'épicycle ainsi que BT, et enfin AT qui avec DT donne AD; et par l'angle DTM connu d'inclinaison de l'épicycle, et l'angle DMT droit, on a le rapport de DM à DT, et par suite à AD. Et l'angle AMD étant droit, on aura l'angle DAM de latitude de réflexion: ce qui sert à rectifier ce que le résultat de l'opération précédente peut avoir d'inexact.

147a

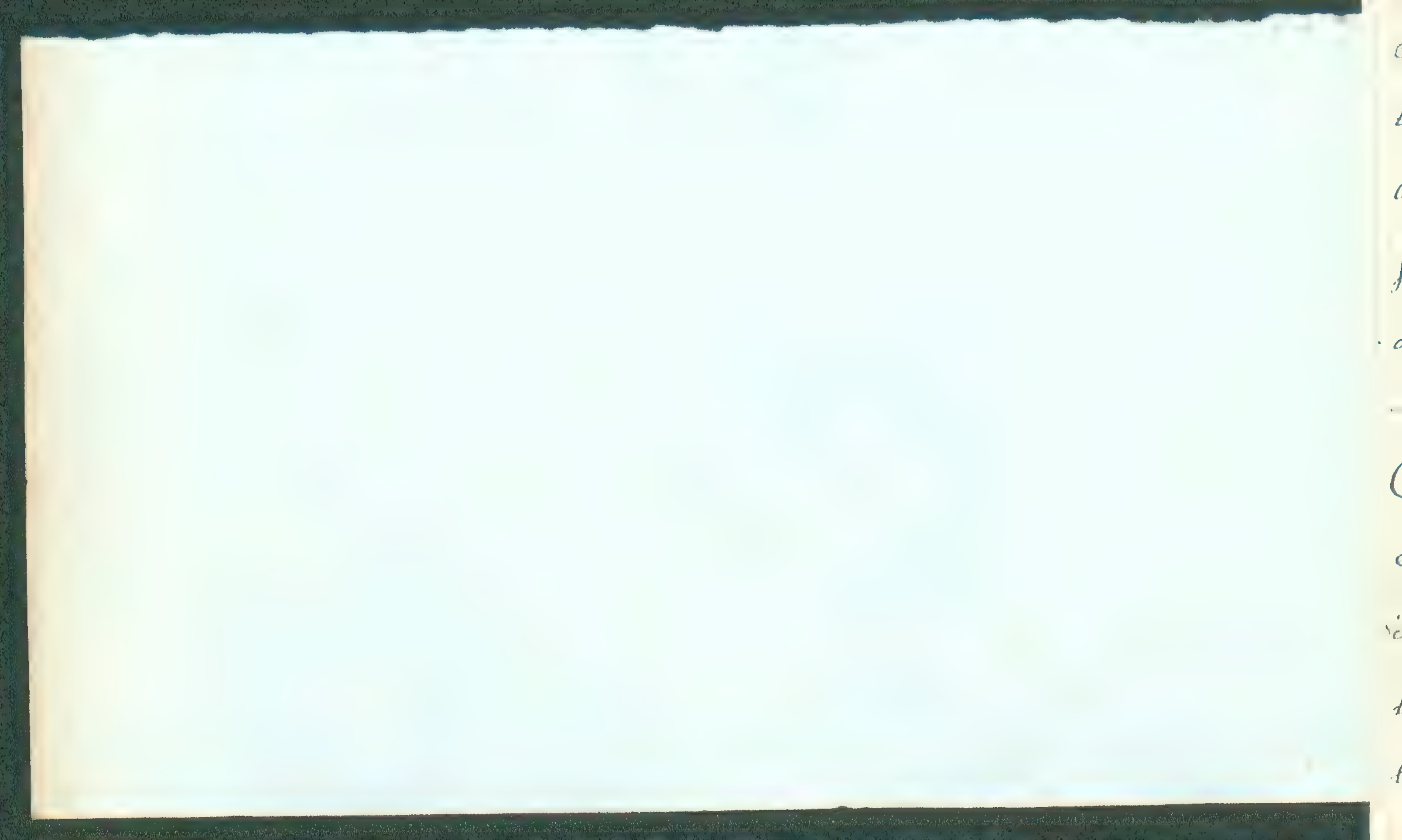
p. 51

H A

F E

B Z D

G



Jusqu'à présent nous avons supposé l'épicycle ou dans les points des plus grandes latitudes, ou dans les nœuds. Mais nous n'avons pas parlé de ses positions intermédiaires à ces deux: pour avoir les latitudes en ces positions moyennes, il faut connaître l'angle d'inclinaison de l'épicycle sur le plan de l'excentrique; car cet angle n'est pas invariable dans ces positions moyennes, comme il l'est dans les limites extrêmes boréale ou australe et dans les nœuds. Ce n'est pas un petit travail que de trouver tous ces angles par les voies ordinaires; il en faut donc prendre une plus expéditive qui ait pour condition de faire décroître les plus grandes latitudes, comme elles décroissent par le mouvement de l'épicycle, dans les autres positions, afin que les décroissemens par ce nouveau moyen, fassent connaître ceux de ces latitudes mêmes.

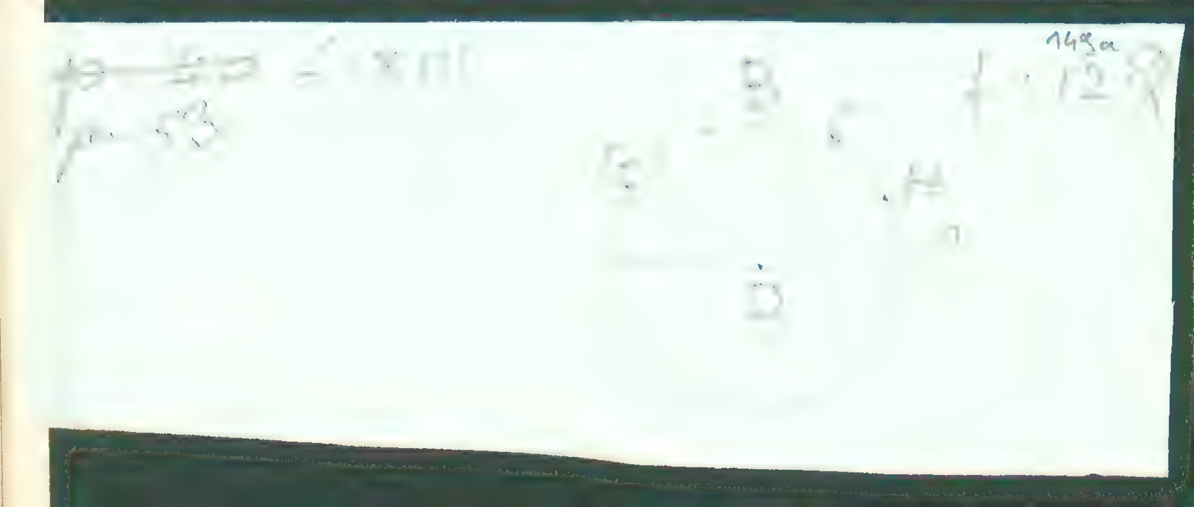
Fig. 10. R. Soit l'écliptique ABGD sur laquelle est incliné l'orbe DEFB déférent de Saturne, quoique concentrique. Z est le pôle de l'écliptique. Le quart-de-cercle ZA passe par la limite boréale de la plus grande latitude, en coupant en E l'orbe incliné; et l'autre ZH le coupe en F. L'épicycle allant de E vers le nœud B, la latitude de Saturne décroît peu à peu jusqu'à devenir nulle en B. Ainsi l'arc EA diminue jusqu'en B où il est 0. Ces arcs EA, FH, ont donc un certain rapport avec les latitudes, puisqu'ils en suivent les décroissemens: comparés à l'arc EA, ils feront connaître les valeurs en minutes des diminutions de la latitude. Car l'arc EA fait connaître l'arc FH, comme dans les latitudes particulières de la Lune. Supposons EA = 60'; EH en vaudra un certain nombre, et ainsi de suite pour les autres positions de l'épicycle dans tous les points entre E et B. Ptolemée a donc pris toutes les latitudes de la Lune dont la plus grande est 5°; et les multipliant par 12, il en a fait des minutes pour tous les arcs successifs de latitudes des Planètes, suivant leurs rapports à leur plus grand arc respectif EA, pour calculer toutes les latitudes des Planètes, dans leurs différens points, en construire une table et en montrer l'usage.

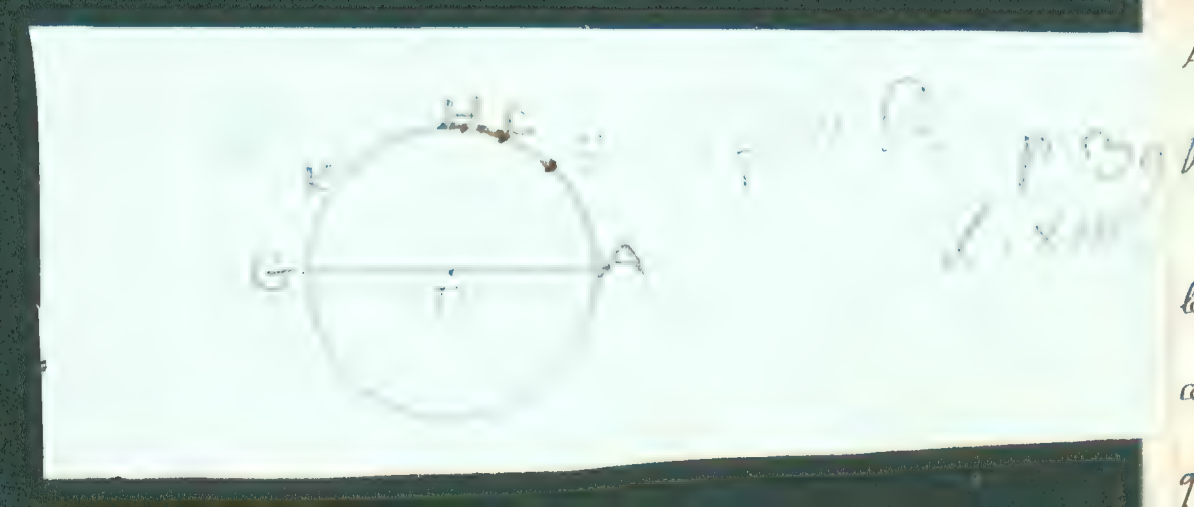
6°. Les apparitions et les disparitions des Planètes, terminent l'ouvrage de Ptolemée, et viennent naturellement comme conséquences des latitudes. Tout ce qui a été dit ci dessus des apparitions et disparitions des étoiles fixes, doit s'entendre et se supposer encore ici, avec cette différence pourtant, que Mercure et Vénus éprouvent ces phénomènes plus souvent, à

cause qu'ils leur arrivent non seulement à l'approche ou à l'éloignement du Soleil, mais encore quand ces astres s'approchent et s'éloignent de lui. Car les trois Planètes supérieures dis-paraissent le soir et paraissent le matin, comme les étoiles; mais pour Vénus et Mercure, cela arrive deux fois. Or cela ne peut s'expliquer par l'arc de l'écliptique entre le Soleil et l'astre d'abord apparent à cause des latitudes différentes et variables qui écartent plus ou moins les Planètes, de l'écliptique. C'est pourquoi Ptolemée a préféré l'arc invariable du vertical, compris entre le Soleil sous l'horizon au commencement de l'apparition ou disparition et l'horizon même, lequel est appellé ici arc de vision comme dans le 8.e Livre.

Pour connaître cet arc de vision, observez la distance au Soleil en longitude de la Planète apparaissante ou disparaissante, avec sa latitude boréale ou australe, surtout dans la plus grande proximité du commencement du Cancer, et prenez les figures du 8.e Livre, la 1.re s'il n'y a pas de latitude, la 2.e s'il y en a, et enfin la 12.e pour tous les cas. Ptolemée conclut des plus anciennes observations des chaldéens, qu'il avoue avoir été faites en Syrie, que, dans le 1.er degré du Cancer, Saturne au commencement de son apparition est à 14.d loin du Soleil; Jupiter à $12.\frac{3}{4}$d; Mars à $14\frac{1}{2}$d. Mais Vénus à son lever du soir est à $5.\frac{2}{3}$d du Soleil, et Mercure à $11.\frac{2}{3}$d. D'où il a tiré les valeurs des arcs de vision pour Saturne, 11.d; pour Jupiter, 10.d; Mars, $11\frac{1}{2}$, Vénus 5, et Mercure 10. Donc l'arc de vision de Vénus est plus petit que sa plus grande latitude qui est de 6.d 20' dans le périgée de son épicycle: ce qui fait qu'elle paraît quelquefois avant le lever du Soleil, lorsqu'elle n'est pas encore dans le périgée de son épicycle. Son lieu doit donc être plus abaissé dans le zodiaque et aussi plus avancé dans l'écliptique loin du 1.er degré du Bélier, que le lieu du Soleil. Cela ne se rencontre pas dans les autres Planètes qui ont toutes leur arc de vision plus grand que leur plus grande latitude. Par conséquent elles ne peuvent pas paraître avant le Soleil, à moins que celui-ci ne soit plus abaissé dans le zodiaque.

Les trois derniers articles du 8.e Livre enseignent à calculer l'arc de l'écliptique entre le Soleil et la Planète apparaissante ou disparaissante, soit que celle-ci ait une latitude ou non. Quant au temps depuis le lever du soir jusqu'au lever du matin de quelqu'une des trois Planètes supérieures; soit ABG l'écliptique (fig. 10 R); B le lieu connu de la Planète disparaissant au soir; A celui du Soleil. On connaît donc AB, distance au Soleil, qui la parcourt en un temps


149a



donné par les tables. Pendant ce même temps, la Planète va en C, et leur distance BC vous donne le temps dans lequel le Soleil la parcourt, après lequel la Planète est en H, et l'arc CH de distance vous donne aussi le temps dans lequel il est parcouru par le Soleil, et ainsi de suite jusqu'à ce que la Planète et le Soleil soient sensiblement en conjonction en H. Doublant le temps de l'arc AH parcouru par le Soleil, et de l'arc BH par la Planète, vous aurez presque tout le temps entre la disparition et l'apparition, que vous pouvez vérifier en opérant depuis H jusqu'en G, comme depuis A jusqu'en H. Ou mieux encore, doublez le mouvement vrai BH depuis la conjonction de la Planète, pour avoir son lieu au commencement de l'apparition, et par lui sa distance au Soleil, laquelle divisée par l'excédent du Soleil en un jour, donne le temps de l'occultation.

Le temps depuis le coucher matutinal jusqu'au lever vespéral de Vénus ou de Mercure se trouve en supposant la Planète en A et le Soleil en B; car comme le Soleil plus rapide que les trois supérieures, les fait se coucher par son approche, au contraire, ici, moins rapide que les deux inférieures, il en est suivi, et il parcourt BH pendant qu'elles parcourent AB, et vous aurez le temps d'occultation soit pour le lever ou pour le coucher par l'opération précédente, en les regardant comme occultées au lieu du Soleil.

Par ces moyens, on connoît les temps pendant lesquels ces Planètes étaient directes; mais le temps écoulé entre un coucher de Vénus ou Mercure le soir jusqu'au lever le matin, donne celui de leur rétrogradation. Nous avons supposé à Mercure comme à Vénus toujours quatre temps d'apparitions et de disparitions dans les méthodes que nous venons de donner: ce qui n'est pourtant pas. Ainsi prenons un autre moyen. B est le lieu de la Planète disparaissante le soir (fig. 12); on a l'arc AB de distance au Soleil; et comme dans cette situation, la Planète rétrograde, soit C le point de conjonction de la Planète et du Soleil. L'arc AB a été parcouru par l'un et l'autre; ajoutez donc le mouvement de la Planète en un jour à celui du Soleil en un jour; divisez cette somme par l'arc AB, et vous aurez le temps entre le commencement de l'apparition et la conjonction; et son double est le temps qui s'écoule entre le coucher vespéral et le lever matutinal. Ou mieux encore, prenez l'arc BC par le temps entre le coucher vespéral et la conjonction; ajoutez y l'arc CH contre l'ordre des signes, et H sera presque le vrai lieu de la Planète apparoissante le matin. Vous aurez par les trois

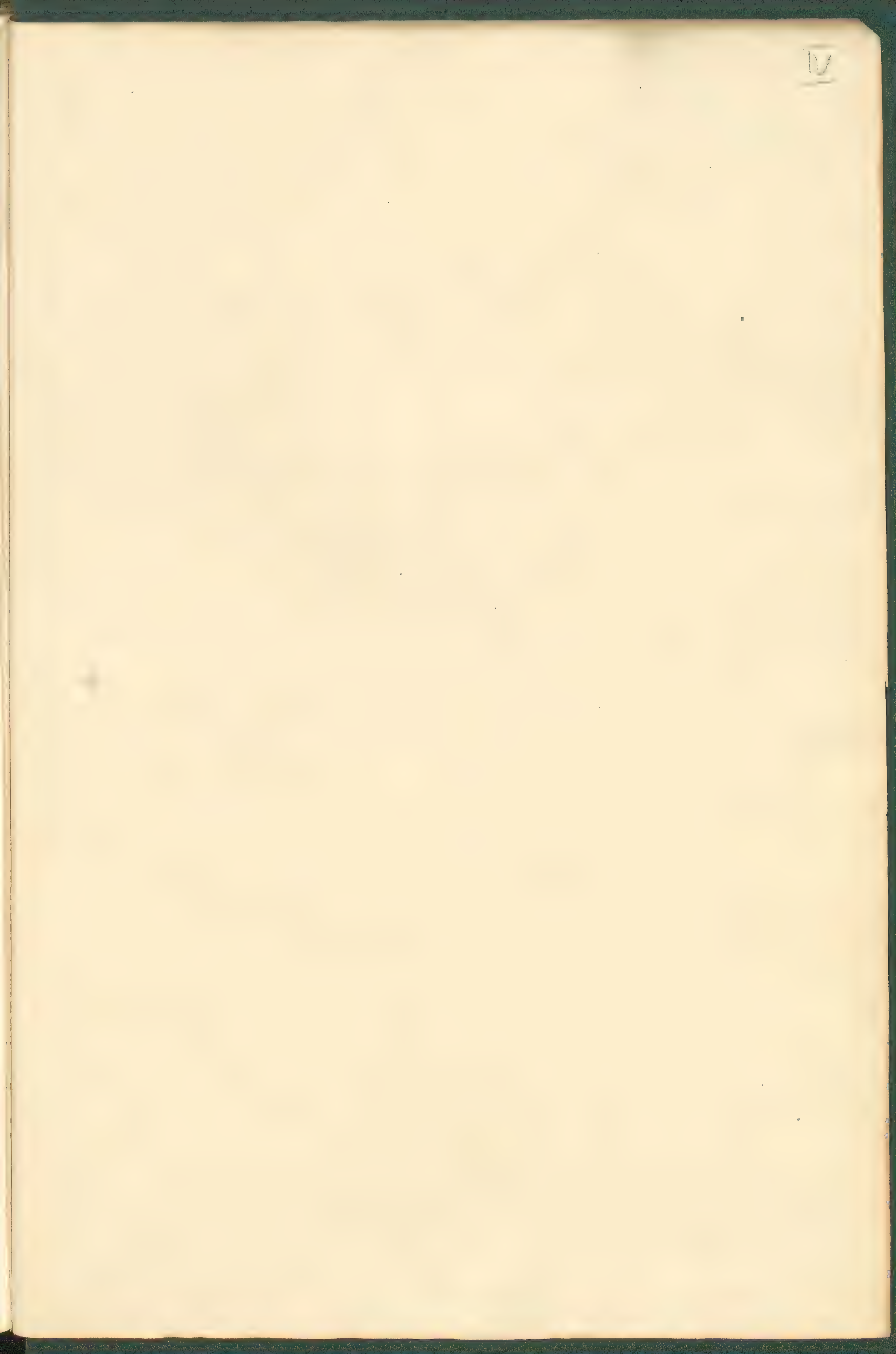
derniers articles du 8.e livre, la distance au Soleil G qui sera connue). Or vous avez l'arc BG depuis la conjonction jusqu'à l'apparition matutinale, comme parcouru par le Soleil et la Planète; divisez-le par la somme des mouvemens du Soleil et de la Planète en un jour, et vous aurez le temps entre la conjonction et l'apparition matutinale; et ces deux temps vous donnent l'espace écoulé entre la disparition au soir, et l'apparition au matin.

Tout cela est confirmé par l'expérience, d'abord pour Vénus. Car cette Planète, dans le périgée de son épicycle, au commencement des Poissons, à une latitude de 6.d 20', est cachée dans les rayons du Soleil pendant deux jours d'intervalle, par conséquent de son coucher vespéral à son lever matutinal sans être dans l'opposition; car au 1.er degré de la Vierge, elle est dans le périgée de son épicycle, ayant une latitude australe de 6.d 20; elle ne paraît pas pendant 16 jours depuis son coucher vespéral jusqu'à son lever matutinal. Pour éprouver donc si l'observation confirme la théorie, prenez au commencement de la disparition, la distance de la Planète au Soleil; et de même au commencement de l'apparition, d'après ce qui vient d'être dit, vous trouverez par elle le temps entre le coucher du soir et le lever du matin. Ou si vous l'aimez mieux, après avoir trouvé la distance de la Planète au Soleil dans le coucher du soir, laquelle est comme l'angle d'anomalie répondant à la distance vraie de Vénus au périgée de l'épicycle, car le centre de l'épicycle et le Soleil sont presqu'au même lieu en longitude, vous chercherez l'arc depuis le périgée de l'épicycle, qui répond à cet angle d'anomalie; car cet arc sera décrit par la Planète depuis le coucher du soir jusqu'à sa conjonction avec le Soleil. Prenez encore un pareil arc jusqu'au commencement de l'apparition, ou doublez celui que vous avez déjà trouvé, et vous aurez ainsi l'arc de la circonférence de l'épicycle décrit par la Planète depuis le coucher du soir jusqu'à son lever du matin. Vous prendrez ensuite facilement le temps employé à le parcourir. Ptolémée a trouvé cet arc depuis Vénus dans le 1.d ♓, de 1.d 4', à quoi répondent 2 jours; et dans 1.d ♍ de 10.d, pour lesquels elle met 16 jours sans paraître.

On sait que Mercure, au commencement du Scorpion, et dans sa plus grande distance du Soleil, ne se lève pas le soir, ni le matin, quand il est au commencement du Taureau, quoique dans sa plus grande élongation du Soleil. Prenez donc l'arc de l'écliptique entre Mercure dans 1.d du Scorpion, et le Soleil, tel qu'il se lève vraiment au bout de cet arc),

et ensuite la distance élongation ou digression de Mercure en ce point, au Soleil, par ce qui a été dit à la fin du 12.e Livre. Si cette plus grande digression est plus grande que ne demande l'apparition, nous serons sûrs que Mercure en ce lieu ne peut pas se lever au soir; car il ne peut pas alors se dégager assez des rayons du Soleil pour rendre sa lumière sensible à nos yeux; or si pour cette raison Mercure dans sa plus grande digression du Soleil ne peut pas nous apparaître, il le peut bien moins encore dans une moindre distance à cet astre lumineux.

Il en est de même pour le lever du matin. Aussi Ptolemée a trouvé que Mercure au commencement du Scorpion, avait un arc de vision d'environ 22 degrés, c'est à dire que Mercure en ce point devait pour paraître, être à 22.d loin du Soleil. Mais la plus grande distance du Soleil en ce point, est tout au plus de 20.d 52'; par conséquent il ne peut pas parvenir à nous apparaître en ce point. Enfin au commencement du Taureau, son plus grand arc d'apparition matutinale, est de 22.d 16', et sa plus grande élongation ou digression du Soleil, est de 22.d 13', nombre plus petit que celui de son arc d'apparition. Donc il reste plongé dans les rayons du Soleil et ne peut pas paraître se lever le matin. Ne soyons donc plus surpris que Vénus se couchant le soir, se lève tantôt plus tôt et tantôt plus tard, et que Mercure quelque fois se lève le soir et le matin, et d'autres fois ne paraisse ni se lever ni se coucher, quoiqu'à sa plus grande distance du Soleil; car l'observation jointe à la théorie, fournissent des raisons bien convaincantes de ces phénomènes &c.


IV



VI

152. gez. Bll.





